上海财经大学

报考专业：统计学
考试科目：概率论与数理统计(A)

一、(本题 20 分)

设$(X_1,X_2,\cdots,X_n)$与$(Y_1,Y_2,\cdots,Y_m)$分别为来自正态总体$N(\mu_1,\sigma_1^2)$和$N(\mu_2,\sigma_2^2)$的两个相互独立的样本。求：$[\frac{1}{\sigma_1^2}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu_1)^2/n]/[\frac{1}{\sigma_2^2}\sum_{i=1}^{m}(Y_i-\mu_2)^2/m]$的分布。

二、(本题 20 分)

设 X 服从参数为 P 的几何分布，求 P 的最大似然估计。

三、(本题 30 分)

设总体 X 服从泊松分布$P(\lambda)$，抽取样本$(X_1,\cdots,X_n)$，试证样本均值$\overline{X}$，样本方差S_n^2都是λ的无偏估计，且对任一常数$\alpha\in[0,1]$，$\alpha\overline{X}+(1-\alpha)S_n^2$也是$\lambda$的无偏估计。

四、(本题 15 分)

设$X_1,X_2,\cdots,X_n$相互独立，且同分布。已知$E(X_i)=0$，$D(X_i)=\sigma^2$，求$Q=\sum_{i=1}^{n}(X_{i+1}-X_i)^2$的数学期望。

五、(本题 15 分)

设$X_1,X_2,\cdots,X_n$是相互独立且都服从$N(\mu,\sigma^2)$

证明：$\frac{1}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2\sim X^2(n-1)$