上海财经大学

报考专业:数量经济学

考试科目:概率论与数理统计

说明:本考试可使用计算器,有附表。

一、概念题(第1、2题各10分,第3、4题各5分,共计30分)

1. 写出贝叶斯(Bayes)公式的事件形式和随机变量形式,说明运用贝叶斯方法在某一方面的用途。

2. 叙述充分统计量的定义,给出寻找充分统计量的二种方法。

3. 用同一天平称A、B两个物体,已知这个天平的称重误差为$N(0,\sigma^2)$,我们不采用通常的称法,而是第一次将A和B放在天平的同一边称得Y_1,第二次将A和B分别放在天平的各一边,再用砝码平衡,砝码重Y_2。问:为什么这样称?

4. 叙述随机变量方差的定义,说明方差的意义。

二、计算题(每题各20分,共计40分)

1. 某单位电话总机共有400台分机,每台分机大约有16%的时间要使用外线通话,若每台分机是否使用外线是相互独立的,问该单位至少需要安装多少条外线才能以90%以上的概率保证每台分机需要外线时就能够打通?

2. 为了比较两种不同的橡胶配方,在不同的条件下测其"变形"情况,即在每一种条件下,甲、乙配方各作一次试验,其数据如下:

甲	49	47	65	44	46	48	69
乙	48	41	56	51	47	43	71

问两种配方在变形方面有没有显著不同?(置信度取95%)

三、证明题（每题各 15 分，其中第 2 题中的第（1）题 9 分，第（2）题 6 分，共计 30 分）

1. 设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 独立同分布，$Y=\min(X_1, \cdots, X_n)$ 且 Y 服从实数区间 $(0,1)$ 上的均匀分布，试证明：X_1 的密度函数为 $\frac{1}{n}(1-y)^{\frac{1}{n}-1}, 0<y<1$。

2. 设随机变量 X 服从指数分布，其密度函数为：

$$p(x)=\begin{cases}\lambda e^{-\lambda x} & x\geqslant 0, \lambda>0 \\ 0 & x<0, \lambda>0\end{cases}$$

试证：

（1）对任意的 $x>0, y>0$ 有

$P(X>x+y|X>y)=P(X>x)$

（2）对任意的 $a>0$ 有

$E(X|X>a)=a+\lambda$

$\mathrm{Var}(X|X>a)=\lambda^2$

注：$\mathrm{Var}(\cdot)$ 表示随机变量的方差。