download.kaoyan.com

上海财经大学

报考专业：概率论与数理统计

考试科目：概率论与数理统计 B

一、(本题 10 分)

某投资者手中有 10 种股票，有 3 种既在香港上市，又在大陆上市，3 种仅在香港上市，4 种仅在大陆上市。现需从中选出 3 种在香港上市，3 种在大陆上市的股票作技术分析，共有多少种选取方案？

二、(本题 10 分)

设随机变量 Y 的密度函数为 $p(y)=\begin{cases}2ye^{-y^2} & y\geqslant 0\\ 0 & y<0\end{cases}$，定义：$X_i=\begin{cases}1 & Y>i\\ 0 & Y\leqslant i\end{cases}$ $(i=1,2)$，求 (X_1,X_2) 的联合概率分布。

三、(本题 12 分)

在 n 次重复独立贝努里试验中，设 $p=P(A)$，令：

$$X_i=\begin{cases}1 & \text{第 } i \text{ 次试验出现 } A\\ 0 & \text{第 } i \text{ 次试验出现 } \overline{A}\end{cases}$$

$$Y_i=\begin{cases}i & \text{第 } i \text{ 次试验出现 } A\\ 0 & \text{第 } i \text{ 次试验出现 } \overline{A}\end{cases},i=1,\cdots,n,$$

记 $X=\sum_{i=1}^{n}X_i,Y=\sum_{i=1}^{n}Y_i$，求 (1) EX,EY；(2) $E(XY)$。

四、(本题 12 分)

已知某种保险丝的寿命服从指数分布，制造这种保险丝的工艺有两种，工艺 I 生产的保险丝平均寿命为 100 小时，工艺 II 生产

download.kaoyan.com

的保险丝平均寿命为150小时。工艺I每单位产品造价为c元，工艺II每单位产品造价为工艺I的2倍。如果保险丝不能使用200小时以上，还需支付k元损失费，问应采用哪种工艺？

五、(本题20分)

1. 叙述依分布收敛、依概率收敛、r阶收敛和依概率1收敛的概念，并说明相互之间的关系。

2. 叙述并证明车贝晓夫大数定律。

六、(本题16分)

设总体X的密度函数为：

$$p(x)=\begin{cases}\dfrac{x}{\theta^2}e^{-\frac{x^2}{\theta^2}} & x\geqslant 0\\ 0 & x<0\end{cases}(\theta>0),(X_1,\cdots,X_n)\text{为抽自 }X\text{ 的样本，}$$

1. 求θ的矩估计和极大似然估计，说明它们是否为无偏估计；

2. 求e^{θ}的极大似然估计。

七、(本题20分)

考虑一元线性回归模型：$y_i=\beta_0+\beta_1x_i+\varepsilon_i,i=1,\cdots,n,\varepsilon_1,\cdots,\varepsilon_n$独立同服从于$N(0,\sigma^2)$，

1. 证明$\hat{\beta}_0=\bar{y}-\hat{\beta}_1\bar{x},\hat{\beta}_1=\dfrac{\sum_{i=1}^n(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum_{i=1}^n(x_i-\bar{x})^2}$分别是$\beta_0$和$\beta_1$的最佳线性无偏估计；

2. 说明对上述模型进行假设检验的目的，并给出原假设、检验统计量、拒绝域和接受域。