

# 上海财经大学

报考专业: 概率论与数理统计

考试科目: 高等代数

说明: 不得使用计算器。

一、(本题 12 分)

求一个次数尽可能低的多项式  $f(x)$ , 使

$$f(-2)=7, f(-1)=2, f(0)=1, f(1)=4$$

二、(本题 12 分)

设  $a_{ij} = \max\{i, j\}$ ,  $i, j=1, 2, \dots, n$ , 计算  $n$  阶行列式  $\det(a_{ij})$  的值。

三、(本题 12 分)

求矩阵  $X$ , 使

$$\begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 4 & -5 & 2 \\ 5 & -7 & 3 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 9 & 7 & 6 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 18 & 12 & 9 \\ 23 & 15 & 11 \end{pmatrix}$$

四、(本题 15 分) 求  $\lambda$  的值, 使下列矩阵的秩最小

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 & 4 \\ \lambda & 4 & 10 & 1 \\ 1 & 7 & 17 & 3 \\ 2 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

五、(本题 12 分)

设  $A$  为实矩阵, 试证:  $\text{秩}(A^T A) = \text{秩}(A)$ .

六、(本题 18 分)

设  $A$  是 3 维线性空间  $V$  的一个线性变换。对于  $V$  的一组基  $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$ ,

$$A\epsilon_1 = -\epsilon_1 - 3\epsilon_2 - 3\epsilon_3$$

$$A\epsilon_2 = 3\epsilon_1 + 5\epsilon_2 + 3\epsilon_3$$

$$A\epsilon_3 = -\epsilon_1 - \epsilon_2 + \epsilon_3$$

(1) 求  $A$  的秩和零度;

(2) 求  $A$  的特征值和特征向量;

(3) 写出  $A$  在基  $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$  下的矩阵  $A$ , 并求一可逆矩阵  $T$ , 使  $T^{-1}AT$  成对角形。

七、(本题 15 分)

用正交线性替换化二次型

$$2x_1x_2 + 2x_1x_3 + 2x_1x_4 + 2x_2x_3 + 2x_2x_4 + 2x_3x_4$$

为标准形。

八、(本题 15 分)

确定  $\alpha, \beta$  的值, 使下列方程组有解, 并求出它的全部解:

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 - 3x_5 = \alpha \\ 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 3x_4 - x_5 = \beta \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 1 \\ x_2 + 2x_3 + 2x_4 + 6x_5 = 3 \end{cases}$$

九、(本题 24 分)

1. 设  $A, B$  都是  $n$  阶正定实对称矩阵, 证明:  $AB$  的特征值必

为正数。

2. 设  $A$  是  $n$  阶正交方阵, 且  $\det A < 0$ , 证明  $\det(A+I) = 0$ 。

十、(本题 15 分)

设  $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$  是线性空间  $V$  的一组基,  $f_1, f_2, f_3$  是它的对偶基,

$$\eta_1 = \epsilon_1 - 2\epsilon_2 + 3\epsilon_3, \eta_2 = \epsilon_1 - \epsilon_2 + \epsilon_3, \eta_3 = 2\epsilon_1 - 4\epsilon_2 + 7\epsilon_3$$

试证  $\eta_1, \eta_2, \eta_3$  是  $V$  的一组基, 并求它的对偶基(用  $f_1, f_2, f_3$  表出)。

C. 第四部宪法

D. 第五部宪法

2. 宪法规定, 我国的基本经济制度是

A. 生产资料的社会主义公有制

B. 生产资料的社会主义公有制为主体, 多种所有制经济共同发展

C. 公有制为主体, 多种所有制经济共同发展

D. 全民所有制

3. 宪法规定, 我国的根本政治制度是

A. 人民民主制度

B. 人民代表大会制度

C. 生产资料社会主义公有制

D. 社会主义制度

4. 全国人民代表大会每届任期

A. 3 年

C. 5 年

5. 我国宪法规定, 国家提倡“五爱”的具体内容是

A. 爱社会主义祖国, 爱中国共产党, 爱人民, 爱集体, 爱劳动

B. 爱祖国, 爱人民, 爱劳动, 爱科学, 爱社会主义