

(试题)

中国纺织大学

一九九九年硕士研究生招生考试试题

招生专业 应用数学

## 数学分析

一 (5分  $\times$  4 = 20分)

1. 举一个在  $(0, 1)$  上有界连续函数, 但不一致连续函数.

2. 举一个只有一个连续点  $x_0$  的函数.

3. 举一个只有在  $x_0$  可导的函数.

4. 举一列函数  $f_n(x)$ , 满足对一切  $x \in [0, 1]$ ,  
 $f_n(x) \rightarrow 0$ , 但  $\int_0^1 f_n(x) dx \rightarrow 0$

二 (15分) 设  $f(x)$  为  $(-\infty, +\infty)$  上连续函数,

且对一切  $x, y$  满足  $f(x+y) = f(x)f(y)$ .

而  $f(1) = 2$ . 求证  $f(x) = 2^x$ .

三 (15分) 用坐标变换  $u = \ln \sqrt{x^2 + y^2}$ ,  $v = \arctan \frac{y}{x}$ ,

变换方程

$$(x+y) \frac{\partial z}{\partial x} - (x-y) \frac{\partial z}{\partial y} = 0$$

共2页 第1页

007

四. (15分) 计算  $\iint_{\Sigma} x^2 dy dz + y^2 dz dx + z^2 dx dy$ .

$\Sigma$  为  $Z^2 = x^2 + y^2$  ( $0 \leq z \leq h$ ) 下侧.

五. (15分) 计算  $\int_0^{+\infty} \frac{e^{-\alpha x^2} - e^{-\beta x^2}}{x} dx$  ( $\alpha > \beta > 0$ )

六. (10分) 设  $\varphi_n(x)$  满足

(i)  $\varphi_n(x) \geq 0$ .

(ii)  $\int_0^1 \varphi_n(x) dx = 1$ .

(iii) 对  $\delta > 0$ ,  $\lim_{\delta \leq x \leq 1} \sup \varphi_n(x) = 0$ .

若  $f(x)$  在  $[0, 1]$  上可积,  $f(x)$  在  $x=0$  处连续.

证明  $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 f(x) \varphi_n(x) dx = f(0)$

七. (10分)  $f(x)$  在  $[0, +\infty)$  上连续  $0 = A_0 < A_1 < A_2 < \dots$

$\lim A_n = +\infty$ , 且  $f(x)$  在  $[A_{n-1}, A_n)$  ( $n=1, 2, \dots$ )

上不变号.  $\int_0^{+\infty} f(x) dx$  收敛的充要

条件为  $\sum_{n=1}^{\infty} \int_{A_{n-1}}^{A_n} f(x) dx$  收敛.