

1999 年上海大学离散数学试题

考研加油站收集整理 <http://www.kaoyan.com>

1999 年上海大学离散数学试题



上海大学1999 年攻读 硕 士学位研究生

入学考试试题

招生专业 计算机系统软件应用 考试课目 离散数学

(1) 请把下列语句用谓词逻辑的符号表示:

1. 这只小花猫逮住那只大老鼠。

2. 每个实数的平方不小于0。

(2) 用推导过程证明 $\forall x(p(x) \rightarrow Q(x)), \exists x p(x) \Rightarrow \exists x Q(x)$ 。

(3) 证明:

$$(p \rightarrow Q) \rightarrow (Q \vee R) \Leftrightarrow p \vee Q \vee R.$$

(4) 设 R 是 A 上的二元关系, R^{-1} 是 R 的逆关系。

证明: R 是传递的当且仅当 R^{-1} 是传递的。

(5) 设 f 是从 A 到 A 上的满射, $f \circ f = f$, \circ 是函数的复合。

证明 $f = I_A$, 其中 I_A 是 A 上的恒等函数。

(6) 设 S 是一平面上所有点的集合, 任取两点 $a, b \in S$, 规定 $a \circ b$ 为连接 a, b 两顶点的线段的中点。

问 1. " \circ " 是否在 S 上封闭? 2. (S, \circ) 是半群吗?

(要写清理由)

- (7) 設 $(G, *)$ 是群, $H \subseteq G$, $H \neq \emptyset$. 証明 $(H, *)$ 是 $(G, *)$ 的子群的充要条件是: 对每 $g \in G$, 若 $g * H \cap H \neq \emptyset$, $H * g \cap H \neq \emptyset$, 則 $g \in H$.
- (8) 設 $(\mathbb{Z}, +)$ 是群, \mathbb{Z} 是整数集, $+$ 是加法. $f(x) = x^2 - x - 2$.
在 \mathbb{Z} 上定义二元关系 R : $a R b$ 当且仅当 $f(a) = f(b)$,
証明 R 是等价关系, 請問 R 是同余关系嗎? 請写明理由.
- (9) 設 G 是連通圖, G 没有度数为 1 的頂点, 頂点数 ≥ 2 ,
証明 在 G 中一定能找到一条边, 刪去該边后所得的圖仍連通.
- (10) 在一棵有向树中, 若恰有一个頂点的入度为 0, 其余頂点的入度为 1, 称其为根树. 入度为 0 的頂点是根.
証明 在根树中从根到其余每頂点都有唯一一条有向通路.