上海大学 2000 年攻读硕士学位研究生

入学考试试题

招生专业：国际贸易，管理科学与工程，金融学　　考试科目：运筹学（理论，算法与应用）

一、（12 分）某一最大化线性规划问题在单纯形法计算时得到下面表格：

基变量	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	$\bar{b}$
	2	c	1	0	e	0	f
	-1	-5	0	1	-1	0	2
	a	-3	0	0	-4	1	3
$-z$	b	d	0	0	-3	0	

其中 a, b, c, d, e, f 是未知数，原问题中要求各变量均非负。问 a, b, c, d, e, f 应满足什么条件，有下面各解成立？

(1) 是非可行基解。

(2) 是唯一最优解，最优解是什么？

(3) 有无穷多最优解。

(4) 是退化基可行解。

(5) 无界解。

(6) 是可行解但非最优解，只有 x_1 可以进基且出基变量必为第 3 个基变量，迭代后目标函数值将增加多少？

二、(16 分)求解下面运费最小的运输问题：

单位运价 产地＼销地	B_1	B_2	B_3	供应量
A_1	4	6	2	9
A_2	3	2	9	5
A_3	7	1	4	4
需求量	4	6	8	

(1) 用西北角法求初始解；

(2) 若已知下面可行解

	B_1	B_2	B_3
A_1		1	8
A_2	4	1	
A_3		4	

问它是否为最优的？若不是，求出最优运输方案和最小总运费。

三、(16 分) 某卡车载重能力为 10 吨，现要装三种产品，已知每件产品的重量和利润如下表：

产品种类	重量(吨/件)	利润(元/件)
1	4	180
2	3	140
3	2	100

又规定产品 3 至多装 2 件。问如何安排运输可使总利润最大？

四、(18 分) 假设某高速公路收费口只有一个，汽车按 Poisson 分布到达收费口，平均每小时 60 辆，每辆车通过收费口平均需时间 40 秒，服从负指数分布。

(1) 求收费口空闲的概率；

(2) 求收费口有 2 辆以上（包括 2 辆）汽车的概率；

(3) 求收费口排队等待的平均汽车数；

(4) 求汽车在收费口的平均逗留时间；

(5) 若希望汽车在收费口的平均逗留时间减少一半，则每辆车通过收费口的平均时间应为多少？

(6) 汽车从到达收费口到付费后离开的时间大于 3 分钟的概率为多少？

五、(16 分）某厂生产三种产品,已知收益最大化模型如下：

$$\max Z=8x_1+7x_2+10x_3$$

$$\text{s.t. } 6x_1+3x_2+5x_3\leqslant 60 \text{（第一种资源）}$$

$$3x_1+4x_2+5x_3\leqslant 45 \text{（第二种资源）}$$

$$x_1、x_2、x_3\geq 0$$

设 x_1、x_2、x_3 是产品 A，B，C 的计划生产量，x_4、x_5 表示两种资源约束的不足变量，得下面单纯形表为：

X_B	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	b
x_4	3	-1	0	1	-1	15
x_3	3/5	4/5	1	0	1/5	9
$-z$	2	-1	0	0	-2	-90

(1) 指出上面给出的解是否最优？求出最优解和最优目标函数值。

(2) 写出本规划的对偶规划,它的最优解是什么,并给予一个经济学上的解释。

(3) 写出最优基变量，最优基矩阵 A_B 和其逆矩阵 A_B^{-1}。

(4) 在其他条件不变的情况下，当第二约束中右端常数 b_2 在什么范围内变化，原最优性是不变的?

(5) 在其他条件不变的情况下，产品 1 的收益系数 C_1 从 8 变为 7，原最优性是否改变?求出 $C_1=7$ 时的最优解和最优目标函数值。

六、 (12 分)某厂生产四种产品 A，B，C，D，都需要经过三道工序的加工，有关数据如下：

工序 / 单位消耗 / 产品	1 (工时/件)	2(工时/件)	3 (工时/件)	利润(元/件)
A	10	5	1	12
B	5	10	1	15
C	2	4	4	10
D	3	6	3	14
可用工时	3000	2000	1000	

（1）销售部门要求 C、D 产品中至少 1 种产量在 100 以上，另外产品 A 是批量生产，即要么不生产，要么生产产量不少于 200，请制定最优生产计划。（只需建立含 0-1 变量的混合整数规划模型）

（2）在(1)的基础上，增加一个条件：产品 A 的生产仅在产品 B 生产的条件下才考虑是否生产，请制定最优生产计划。（只需建立含 0-1 变量的混合整数规划模型）

七、 （10 分）已知线性规划问题（LP）如下：

$$(LP)\begin{cases} \min Z = C^T X \\ s.t. \quad AX \le b \\ \qquad X \ge 0 \end{cases}$$

假设（LP）问题和它的对偶问题均有可行解，且设（LP）问题的最优解为 X^*，最优目标函数值为 Z^*，（LP）问题的对偶问题的最优解为 Y^*。证明：$Z^*=Y^{*T}AX^*$。