7

上海大学 2001 年 年攻读硕士学位研究生

入学考试试题

招生专业：管理科学与工程　　考试科目：运筹学(理论、算法与应用)

1、(20 分) 设线性规划(LP) $\begin{cases} \max Z = CX \\ s.t. \quad AX \le b \\ \quad X \ge 0 \end{cases}$，已知它的初始单纯形表为

C_j			2	-1	1	0	0	0
C_B	X_B	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
0	x_4	b_1	3	1	1	1	0	0
0	x_5	b_2	1	-1	2	0	1	0
0	x_6	b_3	1	1	-1	0	0	1
-z			2	-1	1	0	0	0

其中 x_4, x_5, x_6 为它的非负松弛变量。现已知它的最优单纯形表如下：

C_B	X_B	$\bar{b}$	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
0	x_4	10					-1	-2
2	x_1	15					1/2	1/2
-1	x_2	5					-1/2	1/2
-z								

(1) 请填写上面最优表中空白处的数字。

(2) 写出原线性规划问题(LP)。

(3) 写出此问题的对偶规划，并求对偶规划的最优解。

(4) 当 b 变为 $b + \lambda b^*$，其中 $b^* = [1, -1, 0]^T$，问 λ 在什么范围内变化，原最优性不变？

(5) 目标函数中 x_2 的系数 c_2 从-1 变为 -2，原最优性是否改变？求出 c_2= -2 时的最优解和最优目标函数值。

2、(20 分) 某产品由产地 A_i 发往销地 B_j 的每吨运费如下表:

元/吨	B_1	B_2	B_3	供应量(吨)
A_1	50	40	60	150
A_2	45	30	65	200
A_3	20	10	50	250
需求量	150	220	180	

为满足各销地需要,应如何确定运输方案可使总运费最小?

(1) 建立此运输问题的数学模型。

(2) 将此问题化为产销平衡的运输问题,并求出一个初始基本可行解。

3、(20 分) 某厂在某一段时间内准备研制三种新产品 A,B,C,估计在该时间段内三种新产品的研制不成功概率分别为 0.3,0.4,0.5。工厂决定再增加 20 万元研制经费,当不同的产品得到不同的增加额时,不成功概率分别如下:

研制费增加额(10 万) \ 不成功概率 \ 产品	A	B	C
0	0.3	0.4	0.5
1	0.2	0.3	0.4
2	0.18	0.25	0.35

问如何分配,可使这三种新产品都没有研制成功的概率最小?

4、(16 分) 某理发店一次只能为一位顾客理发,每天营业时间为 8:00~23:00,平均每天有 20 人前来理发,理发速度为每小时 2 人。假设顾客到达的时间间隔和服务时间均服从负指数分布。求

(1) 理发店忙的概率;

(2) 理发店内的平均顾客数;

(3) 在理发店等待理发的平均顾客数;

(4) 顾客在理发店内平均逗留时间;

(5) 顾客在理发店内平均等待时间;

(6) 理发店至少有 3 个顾客的概率;

(7) 若希望平均逗留时间减少 1/3,则理发速度应为多少?

(8) 求顾客在理发店内逗留时间大于半小时的概率。

7

5、（10 分）用割平面法求解下面整数规划：

$$\begin{cases} \max Z = 3x_1 + 5x_2 + 6x_3 \\ s.t. \quad 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 \le 11 \\ \qquad 7x_1 - 4x_2 - 3x_3 \le 12 \\ \qquad x_1, x_2, x_3 \ge 0, \text{且为整数} \end{cases}$$

6、（14 分）（1）现有两个线性规划问题：

$$(\text{P1}) \begin{cases} \max Z_1 = CX \\ s.t. \quad AX \le b \\ \qquad X \ge 0 \end{cases} \quad \text{和} \quad (\text{P2}) \begin{cases} \max Z_2 = CX \\ s.t. \quad AX \le b + d \\ \qquad X \ge 0 \end{cases}$$

已知问题（P1）的对偶问题的最优解为 U^*，求证

$$\max Z_2 \le \max Z_1 + d^T U^* 。$$

（2）分别写出下面线性规划的对偶规划：

$$\begin{cases} \min Z = CX \\ s.t. \quad AX \le b \\ \qquad X \ge 0 \end{cases} \quad \text{和} \quad \begin{cases} \max Z = CX \\ s.t. \quad AX = b \\ \qquad X \le 0 \end{cases} 。$$