download.kaoyan.com



# 上海外国语大学 2005 年硕士研究生全国统考入学

# 《高等数学》试题

（满分 150 分，考试时间 180 分钟，共 3 页）

## 一．填空题：（满分 80 分，共 20 小题，每小题 4 分）

1．设 $f(x)=x^2+arc\cot\dfrac{1}{x-1}$，则 x=1 是 f（x）的______型间断点；

2．设 $y=\int_0^x te^t dt$，则 $y^{(n)}(0)=$ _______；

3．设函数 $f(x)=\dfrac{x}{a+e^{bx}}$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内连续且 $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=0$，则常数 a，b 满足______________；

4．已知 $x=\dfrac{\pi}{3}$ 是 $f(x)=a\sin x+\dfrac{1}{3}\sin 3x$ 的极值点，则 a=________；

5．设函数 f(x)是连续函数，且 $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=1$，则 $\lim\limits_{x\to+\infty}\int_x^{x+3}tf(t)\sin\dfrac{3}{t}dt=$ __；

6．如果 $f''(x_0)=0$ 或 $f''(x_0)$ 不存在，且对充分小的正数 $\delta$，有 $f''(x_0-\delta)\cdot f''(x_0+\delta)<0$，则点（$x_0$，f（$x_0$））为曲线 y=f（x）的______；

7．如果 $\int f(x)dx=x^2+c$，则 $\int x^2 f(1-x^3)dx=$ ________；

8．设 $\int_0^x f(t)dt=xe^{-x}$，则 $f(x)=$ ____________；

9．$\int_{2}^{2}\min\left\{\dfrac{1}{|x|},x^2\right\}dx=$ ____；

10．设 D：$(x-2)^2+(y+1)^2\le 2$，则 $\iint\limits_D dxdy=$ ___________；

11．设 $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{1}{xy}\sin(x^2y) & xy\ne 0\\ 0 & xy=0\end{cases}$ 则 $f'_x(0,1)=$ __________；

download.kaoyan.com



12. 若有 $x+z=yf(x^2-z^2)$，则 $z\dfrac{\partial z}{\partial x}+y\dfrac{\partial z}{\partial y}=$__________ ；

13. 母线平行于 $y$ 轴，且过曲线 $\begin{cases}2x^2+y^2+z^2=16\\x^2-y^2+z^2=0\end{cases}$ 的柱面方程为__________；

14. 微分方程 $y^{(4)}+8y'=0$ 的通解为 ________；

15. 若 $f(x)=\int_0^{2x}f(\frac{t}{2})dt+\ln 2$ ，则 f(x) = __________ ；

16. 微分方程 $y''-4y+x=1$ 的特解形式为 __________ ；

17. $\lim\limits_{n\to\infty}a_n=0$ 是级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$ 收敛的______条件；

18. 函数 $e^{-x^2}$ 的麦克劳林级数展开式为__________；

19. 已知 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}a_n=2,\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_{2n-1}=5$，则 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n=$__________；

20. 幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(\sin\dfrac{1}{3n})(\dfrac{3+x}{3-2x})^n$ 的收敛区间为__________。

**二．计算题：（满分２５分，共５小题，每小题５分）**

1．求极限 $\lim\limits_{x\to 0}[\dfrac{(1+x)^{\frac{1}{x}}}{e}]^{\frac{1}{x}}$。

2. 计算积分 $\iint\limits_D\dfrac{x+y}{x^2+y^2}d\sigma$ ，其中D： $y^2+x^2\le 1$ ， $x+y\le 1$ 。

3. 设 $f(x)=nx(1-x)^n$（n为自然数），讨论 f（x）在[0，1]上的最大值 M（n）

并求 $\lim\limits_{n\to\infty}M(n)$ 。

download.kaoyan.com


4. 将函数$\dfrac{1}{x^2+3x+2}$展开成$(x+4)$的幂级数。

5. 设生产某产品的数量P与所用两种原料的数量x、y之间有关系式P=P（x，y）$=0.005x^2y$，欲用150万元购买原料，已知A、B两种原料的单价分别为1万元、2万元，问购进两种原料各多少时，可使生产的产品数量最多？

三．综合题：（满分45分，共3小题，每小题15分）

1．设函数$f(x)$在[0，1]上连续，在（0，1）内$f(x)>0$，并满足$xf'(x)=f(x)+\dfrac{3}{2}ax^2$，a为常数，又曲线$y=f(x)$与$,x=1,y=0$所围成的图形的面积S为2，求：

（1）函数$y=f(x)$；

（2）a为何值时，图形S绕x轴旋转一周所得旋转体体积最小？

2．设$f(x)=\sum_{n=0}^{\infty}\dfrac{x^n}{n!}$，证明：对于任意的$x\in(-\infty,\infty)$有：

（1）$f(x)$满足微分方程$f'(x)=f(x)$；

（2）$f(x)=e^x$

3．证明：若$y=f(x)$在[a，b]上可导，f（a）=f（b）=0，$f'_+(a)<0,f'_-(b)>0$，则方程$f'(x)=0$在（a，b）内至少有两个不同的实根。