

华东师范大学

一九九八年攻读硕士学位研究生入学试题

考试科目: 高等数学(B)

专业:

共3页

一. 填空题(每格3分, 共20格, 60分)(答案直接填在空格内)

1. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{\ln(\sin x)^2} =$ _____

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-1}{2x+1} \right)^{2x} =$ _____

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^x - \ln 3^x - 1}{1 - \cos ax} =$ _____

4. $\lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow \infty}} \left(\frac{|xy|}{x^2 + y^2} \right)^{y^2} =$ _____

5. 设 $f(x) = \begin{cases} (1+ax)^{\frac{1}{x}}, & x \neq 0 \\ 2, & x = 0, \end{cases}$ 为连续函数, 则 $a =$ _____.

6. 设 $f'(x_0)$ 存在, 则 $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 - 2\Delta x) - f(x_0 + \Delta x)}{\Delta x} =$ _____

7. 设 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{a}(x^3 + b), & x \leq 1 \\ \sqrt[3]{x}, & x > 1, \end{cases}$ 在 $x=1$ 处可导, 则 $a =$ _____, $b =$ _____.

8. 设 $x e^y + y e^x = 1$ 确定隐函数 $x = x(y)$, 则 $\frac{dx}{dy} =$ _____

9. $\frac{d}{dx} \int_a^b e^{(x+y)^2} dy =$ _____

10. 设 $\begin{cases} x = \frac{t^2}{2} \\ y = 1-t \end{cases}$ 则 $\frac{d^2y}{dx^2} =$ _____

11. $d[(\sin x)^x] \Big|_{x=1} =$ _____

12. $\int e^{2\sin x \cos x} (\cos^2 x - \sin^2 x) dx =$ _____

13. $\int_0^1 x \arctan x dx =$ _____

14. $\int \frac{dx}{\sqrt{1+e^x}} =$ _____

15. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{(x+1)^n}{n}$ 的收敛域为 _____

16. 函数 $f(x) = \ln(2+x)$ 关于 x 的幂级数展开式为 _____, 收敛域为 _____.

17. $y'' - 2y' - 3y = 3x+1$ 的通解 $y =$ _____

18. 设 $u = z^{xy}$, 则在 $(1, 1, 1)$ 处的全微分 $du =$ _____

19. 设 $f(x, y)$ 有二阶连续偏导数, 且 $f'_x(x_0, y_0) = f'_y(x_0, y_0) = 0$, $f''_{xx}(x_0, y_0) = A$, $f''_{xy}(x_0, y_0) = B$, $f''_{yy}(x_0, y_0) = C$. 则当满足 _____ 条件时, $f(x_0, y_0)$ 为极大值.

二. 讨论函数 $y = \frac{x^2}{2} + \frac{1}{x}$ 的性质 (8分) (直接答在空格内)

1. 定义域 _____

2. 单调递增区间 _____

3. 单调递减区间 _____

4. 极小值 _____

5. 拐点 _____

6. 渐近线方程. _____.

7. 作出草图.

三. 作出 $\int_0^1 dx \int_{\sqrt{2+x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} f(x,y) dy$ 的积分域并交换累次积分次序 (8分).

四. 设 $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = -y^2 \ln x$, 求 $y|_{x=1} = 1$ 时的特解. (8分)

五. 求函数 $f(x,y) = xy \sqrt{1-x^2-y^2}$ 在区域

$$D = \{ (x,y) \mid x^2 + y^2 \leq 1, x > 0, y > 0 \}$$

内的最大值. (8分)

六. 求由曲面 $z = x^2 + y^2$, $z = 2(x^2 + y^2)$, $x = \sqrt{y}$ 和 $y = x$ 所围立体的体积. (8分)

(完)