华东师范大学

2001年攻读硕士学位研究生入学试题

考试科目：高等数学(A)

招生专业：

一、选择题（每题5分，共25分）

1. $f(x)$有三阶导函数，$f'(x)=\frac{1}{f(x)}$，则$f'''(x)=$ ______.

(A) $\frac{3}{f^3(x)}$　(B) $\frac{3}{f^5(x)}$　(C) $\frac{5}{f^3(x)}$　(D) $\frac{1}{f^3(x)}$

2. $\frac{d}{dx}\int_{x^2}^{0} x\cos(t^2)dt=$ ______

(A) $\int_{x^2}^{0}\cos(t^2)dt-2x^2\cos(x^4)$　(B) $-2x^2\cos(x^4)$

(C) $\int_{x^2}^{0}\cos(t^2)dt-2x\cos(x^4)$　(D) $-2x^2\cos(x^2)$

3. $L: x^2+y^2=1$，则若L取顺时针方向，$\int_L\frac{ydx+xdy}{x^2+y^2}=$ ______

(A) 2π　(B) -2π　(C) 0　(D) 1

4. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{1}{n^2}+\sin\frac{\alpha}{n}\right)$ $(0<\alpha<1)$ 必 ______

(A) 发散　(B) 条件收敛　(C) 绝对收敛　(D) 收敛性与α有关

5. 方程 $y''-2y'+2y=e^x$ 的通解为 ______

(A) $c_1\sin x+c_2\cos x+e^x$　(B) $e^x+(c_1\sin x+c_2\cos x)e^x$

(C) $(c_1\sin x+c_2\cos x)e^x$　(D) $c_1\sin x+c_2\cos x$

二. 计算题（每题5分，共25分）

1. 求极限 $\lim\limits_{x\to 0}(x+e^x)^{\frac{1}{x}}$

2. $y=\ln\sqrt{\dfrac{1-x}{1+x}}$，求 $y''(0)$

3. 求定积分 $\displaystyle\int_0^{\frac{1}{\sqrt{3}}}\frac{dx}{(1+5x^2)\sqrt{1+x^2}}$

4. $z=x^3f(xy,\frac{y}{x})$，其中f具有连续的二阶偏导数，求 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$

5. 计算曲面积分 $\displaystyle\oiint_S 2xz\,dydz+yz\,dzdx-x^2dxdy$，其中S是由曲面 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 与 $z=\sqrt{2-x^2-y^2}$ 所围成的立体的表面，外侧为正侧。

三. 求幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{x^{2n}}{2n-1}$ 的和函数，并求 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{3^n(2n-1)}$ 的值。

四. 求 $\iiint\limits_{\Omega}(x^2+y^2+z)dV$，其中Ω是由曲线 $\begin{cases}y^2=2z\\x=0\end{cases}$ 绕z轴旋转一周而成的旋转面与 $z=4$ 所围立体。

五. 设 $\widehat{AB}$ 是XOY平面的第一象限内一条向上凸的曲线，其中A为(0,1)，B为(1,0)，对该曲线上任意点P(x,y)，弦 $\overline{AP}$ 与弧 $\widehat{AP}$ 所围图形的面积为 x^3，求该曲线方程。

六. 设f(x)在[0,1]上可微，且当 $x\in(0,1)$ 时，$0<f'(x)<1$，$f(0)=0$。试证：$\left(\int_0^1 f(x)dx\right)^2>\int_0^1 f^3(x)dx$

（第三、四题各13分，第五、六题各12分）