

华东师范大学

共 2 页

2002 年攻读硕士学位研究生入学试题

考试科目: 高等数学(B)

招生专业:

注: 第一大题的结果直接写在答题纸上

一、填空题 (每小题 3 分, 共 20 小题 60 分.)

1. 设 $f(x) = \frac{1}{2}(|x| + x)$, $g(x) = \begin{cases} e^{-x}, & x < 0 \\ x^2, & x \geq 0 \end{cases}$, 则 $g(f(x)) =$ _____.

2. $\lim_{x \rightarrow 0^-} (1 - 2x)^{\frac{2}{\sin x}} =$ _____.

3. 设 $y = \left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+1} \right) \sin(2x - x^2)$, 则其间断点和类型分别为_____和_____.

4. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{x(1 - \cos \sqrt{x})} =$ _____.

5. 设 $\int_0^{x^3-1} f(t)dt = x$, 则 $f(7) =$ _____.

6. $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + n)^{\frac{1}{\sqrt{n}}} =$ _____.

7. 设 $\begin{cases} x = \ln(1 + t^2) \\ y = \arctan t \end{cases}$, 则 $\frac{dy}{dx} =$ _____, $\frac{d^2y}{dx^2} =$ _____.

8. 设当 $x \rightarrow 0$ 时, $e^{\tan x} - e^x$ 与 x^n 是同阶无穷小量, 则 $n =$ _____.

9. 设 $(x^2 + y^2)^{\frac{1}{2}} = e^{\arctan \frac{y}{x}}$, 则 $\frac{dy}{dx} =$ _____.

10. 设 $f(x)$ 可导, 且 $f(0) = f(1) = -2$, $f'(0) = f'(1) = -1$, $F(x) = e^{f(x)} f(\ln x)$, 则 $dF(x)|_{x=1} =$ _____.

11. 曲面 $e^z - z = 3 - xy$ 在 $(2, 1, 0)$ 处的法线方程为_____.

12. 设 $\int tf(t)dt = \arcsin t + C$, 则 $\int \frac{dt}{f(t)} =$ _____.

13. 设 $\Psi(x) = \int_1^x \frac{dt}{t(t^2 + 1)}$, 则 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \Psi(x) =$ _____.

14. 函数 $f(x) = \ln(2+x)$ 关于 x 的幂级数展开式与收敛域分别为_____和_____.

15. 微分

16. 级数

17. 交

18. 设

19. \int_0^1

20. 设

性

二、(本

三、(本

四、(本

1. 函

2. 曲

3. 渐

五、(本

y

x

秘

六、(本

在

15. 微分方程 $(x+1)y' - (x+y) = 0$, $y(0) = 0$ 的特解是_____.

16. 级数 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{n^3}}{3^n}$ 的收敛域是_____.

17. 交换积分次序 $\int_1^e dx \int_0^{\ln x} f(x, y) dy =$ _____.

18. 设 $z = \frac{1}{x} f(xy) + y\phi(x+y)$, f, ϕ 具有二阶连续导数, 则 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} =$ _____.

19. $\int_0^{-\ln 2} \sqrt{1 - e^{2x}} dx =$ _____.

20. 设 $a_n \geq 0$, $n \geq 0$, 级数 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ 发散, 数列 $\{na_n\}$ 收敛, 则级数 $\sum_{n=0}^{\infty} na_n^{\frac{3}{2}}$ 的敛散性是_____.

二、(本题6分) 求微分方程 $y'' + 2y' + y - xe^{-x} = 0$ 的通解.

三、(本题6分) 设 $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq x\}$, 求 $\iint_D \sqrt{x} dx dy$.

四、(本题10分) 设 $y = (x+6)e^{\frac{1}{x}}$, 试确定:

1. 函数的极值点、极值和单调区间, 并把结果列于表格中;
2. 曲线的拐点、向上、向下凸区间, 并把结果列于表格中;
3. 渐近线方程(若有的话).

五、(本题12分) 设函数 $y(x)$ ($x \geq 0$) 二阶可导, 且 $y'(x) > 0$, $y(0) = 1$, 过曲线 $y = y(x)$ 上任意一点 $P(x, y)$ 作该曲线的切线及 x 轴的垂线, 上述两条直线与 x 轴所围成的三角形的面积记为 S_1 , 在 $[0, x]$ 上, 以 $y = y(x)$ 为曲边梯形的面积记为 S_2 , 并设 $2S_1 - S_2 = 1$, 求曲线 $y = y(x)$.

六、(本题6分) 设 $a_1 = 2$, $a_{n+1} = \frac{1}{2} \left(a_n + \frac{1}{a_n} \right)$, ($n = 1, 2, \dots$), 证明 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 存在, 并求出其极限.