

华东师范大学

共 2 页

## 2004 年攻读硕士学位研究生入学试题

考试科目: 高等数学 B

招生专业:

考生注意:

无论以下试题中是否有答题位置, 均应将答案做在考场另发的答题纸上 (写明题号)

## 一、 填空题 (只要最后结果, 每题 6 分, 共 30 分)

1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2}{x^2 - 1} \right)^x =$  \_\_\_\_\_.

2. 设  $y = f\left(\frac{3x-2}{3x+2}\right)$  且  $f'(x) = \arctan x^2$ , 则  $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=0} =$  \_\_\_\_\_.

3. 设  $f(x) = \begin{cases} \cos x & x \leq 0 \\ 2-x^2 & x > 0 \end{cases}$ , 则  $\int_0^{\pi} f(x-1)dx =$  \_\_\_\_\_.

4. 级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^{2n}}{9^n \sqrt{n^3+1}}$  的收敛域为 \_\_\_\_\_.

5. 微分方程  $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{2x} + \frac{x^2}{2y}$  的通解为 \_\_\_\_\_.

## 二、 选择题 (每题 6 分, 共 30 分)

1. 当  $x \rightarrow 0$  时,  $f(x) = \int_0^{-x^3} \tan t dt$  是无穷小量  $x$  的 ( ) 阶无穷小量.

(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8

2. 设级数  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  ( $a_n > 0$ ) 收敛, 则级数  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sqrt{a_n}}{n}$  是 ( ).

(A) 绝对收敛 (B) 条件收敛 (C) 发散 (D) 不确定.

3. 设函数  $f(x) = (x^2 - 1)|x^2 - x|$ , 则该函数在  $x=0, 1$  处 ( )

(A) 两点都可导 (B) 两点都不可导  
(C)  $x=0$  不可导,  $x=1$  可导 (D)  $x=0$  可导,  $x=1$  不可导.



4. 设函数  $y = \frac{1+e^{-x^2}}{1-e^{-x^2}}$ , 则此曲线 ( )
- (A) 无渐近线 (B) 仅有水平渐近线  
(C) 仅有垂直渐近线 (D) 有水平渐近线也有垂直渐近线.
5. 设曲线  $y = x^2 + ax + b$  和  $2y = -1 + xy^3$  在点  $(1, -1)$  处相切, 其中  $a, b$  是常数, 则 ( )
- (A)  $a = -1, b = -1$  (B)  $a = 1, b = -3$   
(C)  $a = -3, b = 1$  (D)  $a = 0, b = 2$ .

### 三、 计算题

1. 设  $u = f\left(\frac{x}{y}, \frac{y}{z}\right)$ , 求  $du, \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial z}$  (本题 7 分).
2. 求曲面  $x \tan z = y$  在  $(1, 1, \frac{\pi}{4})$  处的切平面方程与法线方程 (本题 7 分).
3. 求  $\int_1^2 dx \int_{\sqrt{x}}^x \sin \frac{\pi x}{2y} dy + \int_2^4 dx \int_{\sqrt{x}}^2 \sin \frac{\pi x}{2y} dy$  (本题 12 分).
4. 求函数  $f(x) = \arctan \frac{1+x}{1-x}$  的麦克劳林级数及收敛域 (本题 12 分).
5. 设  $I = \iiint_{\Omega} (x^2 + y^2 + z) dV$ , 其中  $\Omega$  是由曲线  $\begin{cases} y^2 = 2z \\ x = 0 \end{cases}$  绕  $z$  轴旋转一周而成的曲面与平面  $z = 4$  所围成的立体 (本题 13 分).
6. 设二元函数  $z = x^2 + y^2 - x - y$ ,  $x^2 + y^2 \leq 1$ , 求它的最大值和最小值 (本题 13 分).
7. 求满足  $f(x) = \sin x + \int_0^x f(t)(x-t)dt$  的连续函数  $f(x)$  (本题 13 分).

### 四、 证明题 (本题 13 分)

设  $f(x)$  在  $[0, 1]$  上可导,  $f(0) = 0, 0 < f'(x) \leq 1$  试证:  $\left(\int_0^1 f(x) dx\right)^2 \geq \int_0^1 f^3(x) dx$ .