

7. (15分) 设 X 为任一随机变量, $0 < p < 1$ 及 x_p 为任意两个实数. 若

$$P(X \leq x_p) \geq p, \quad P(X \geq x_p) \geq 1 - p,$$

则称 x_p 为随机变量 X 的一个 p -分位数.

- (a) 举例说明随机变量 X 的 p -分位数不一定唯一;
 (b) 证明对任意的 $0 < p < 1$, X 的 p -分位数必为某闭区间 $[a, b]$, $(a \leq b)$ 内的所有实数.
8. (15分) 进行独立重复试验, 每次试验中事件 A 发生的概率为 0.25. 试问欲以 95% 的把握保证试验中事件 A 发生的频率与概率相差不超过 0.01, 至少要进行多少次试验? 此时 A 发生的次数在什么范围?
9. (15分) 设 $\{\phi_n(t)\}$ 为一特征函数序列, 且

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \phi_n(t) = \phi(t), \quad \forall -\infty < t < +\infty.$$

试问 $\phi(t)$ 是特征函数吗? 若是, 试证明之; 若否, 试举例说明.

10. (15分) 设 X 和 Y 为两个互不相关的随机变量且数学期望均存在且有限. 试问下式是否成立?

$$E(X|Y) = E(X).$$

若成立, 试证明之; 若不成立, 试举例说明.