

1999 年上海交通大学离散数学试题
考研加油站收集整理 <http://www.kaoyan.com>

1999 年上海交通大学离散数学试题

一. 试用推理规则证明:
(8分)

$$E \rightarrow A, C \vee D, C \rightarrow B, \bar{B} \rightarrow E, B \rightarrow \bar{D}, A \rightarrow D \Rightarrow A \leftrightarrow C$$

并罗列前提能推出的所有结论.

二. 将公式 $\neg((P \vee Q) \wedge R)$ 化成只含联结符 \neg 的
(4分) 等价式.

三. $A(x) \text{ — } x \text{ 是人}$

(6分) $B(x) \text{ — } x \text{ 是错误}$

$C(x, y) \text{ — } x \text{ 犯了 } y$

$D(x, y) \text{ — } y \text{ 能改正 } x$

用上述谓词构成表示下列语句的谓词公式:

1. 凡人都会犯错误
2. 并非所有人犯错误都能改正
3. 有的错误任何人犯了都不能改正

四. 命题公式 A 包含 4 个命题变元: p, q, r, s .
(6分)

其真值表如下:

p q r s A (其它为0)

0	0	0	1	1
0	1	1	0	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	1	1

写出与A对应的：

1. 主析取范式
2. 主合取范式
3. 析取形式的最简式

五. (6分) 某年级共有200名学生，喜欢打篮球的有134人，喜欢打排球
球的有101人，喜欢打乒乓球的有90人，篮球、乒乓球都不
喜欢的有23人，篮球、排球都喜欢的有54人，喜欢排球
但不喜欢乒乓球的有48人，三样都喜欢的有12人。

求：1. 三样运动都不喜欢的有多少人？

2. 只喜欢一项运动的人有多少？

2-2

六. 证明 $\mathcal{P}(A) \cup \mathcal{P}(B) \subseteq \mathcal{P}(A \cup B)$
(5分)

并说明等号成立的条件

七. 设 R 是集合 X 上的二元关系, 证明:
(6分)

$$t(R) = \bigcup_{i=1}^{\infty} R^{(i)}$$

八. 证明: 设 $\langle A, \leq \rangle$ 是一个偏序结构, 如果 A 中最长链的长度为 n , 则 A 中元素能划分成 n 个互不相交的反链.
(8分)
(链的长度为链中元素的个数)

九. 设 $f: A \rightarrow B$ 的一个映射, 记 f^c 为 f 的逆关系.
(8分)

记 $f \circ g$ 为 f, g 的复合关系, 证明:

1. 当且仅当 $f \circ f^c = I_B$ 时, f 是满射

2. 当且仅当 $f^c \circ f = I_A$ 时, f 是入射

(I_X 为 X 集合上的恒等关系)

十. 1. 叙述连续统假设
(5分)

2. 写出关于基数的 Cantor 定理

十一. 设 $\langle G, * \rangle$ 是一个循环群, B 是 G 的非空子集,
(8分)

证明: $\langle B, * \rangle$ 是 $\langle G, * \rangle$ 的循环子群的充要条件为:
运算 $*$ 在 B 上封闭

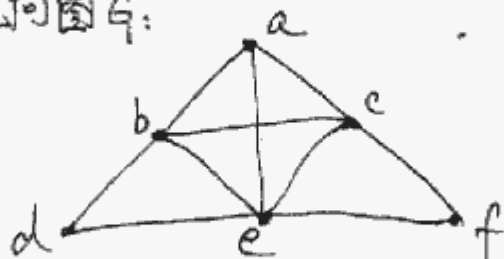
十二 $\langle G, * \rangle$ 是群, $\langle H, * \rangle$ 是 $\langle G, * \rangle$ 的子群.

(8分) 对于任意 $a \in G$, 有 $aH = Ha$ 的充要条件是:

对于任意 $a \in G, h \in H$, 有 $a^{-1} * h * a \in H$

十三. 无向图 G :

(4分)



1. G 是否为 Euler 图, 为什么?
2. G 是否有 Euler 路? 若有则写出
3. G 是否为 Hamilton 图, 为什么?
4. G 是否有 Hamilton 路, 若有, 则写出

十四. 画出带权为:

(5分)

2, 3, 5, 6, 8, 9, 15, 19, 23, 27, 32, 39

的最小二叉树和最优三叉树.

十五. 证明平面图 G 最多是 5-色的

(7分)

十六. 一个带权完全偶图的权矩阵 w 为:

(6分)

$$[w_{ij}] = \begin{bmatrix} 3 & 6 & 6 & 4 \\ 1 & 4 & 4 & 2 \\ 4 & 3 & 2 & 5 \\ 4 & 7 & 5 & 3 \end{bmatrix}$$

用 Kuhn-Munkres 算法求出最优对集

第 4 页