

同济大学一九九八年硕士生入学考试试题

考试科目: 弹性力学

编号: 76

答题要求:

一. 概念题: (20分, 每小题10分)

1. 试由常体力情况下的列维(Lévy)方程:

$$\nabla^2(\sigma_x + \sigma_y) = 0.$$

以及平衡微分方程:

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + X = 0, \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + Y = 0; \end{cases}$$

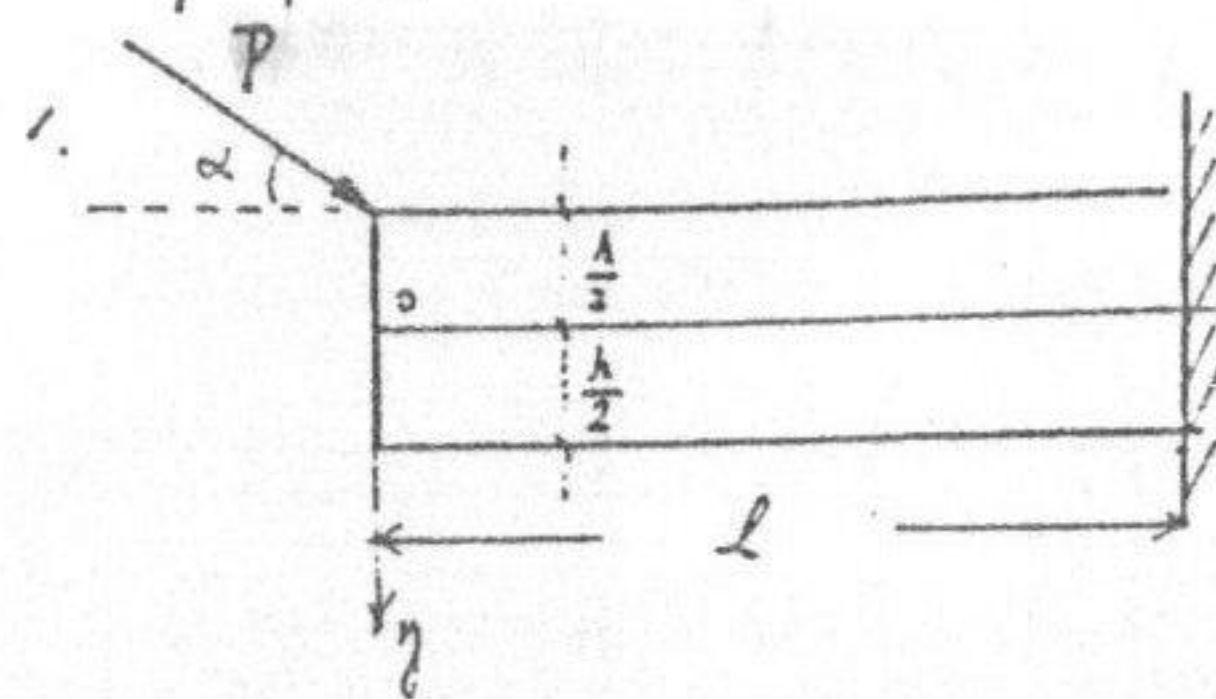
导出应力函数 ϕ 必须满足的双调和方程。

2. 假设平面极坐标问题的应力分量为下列表达式

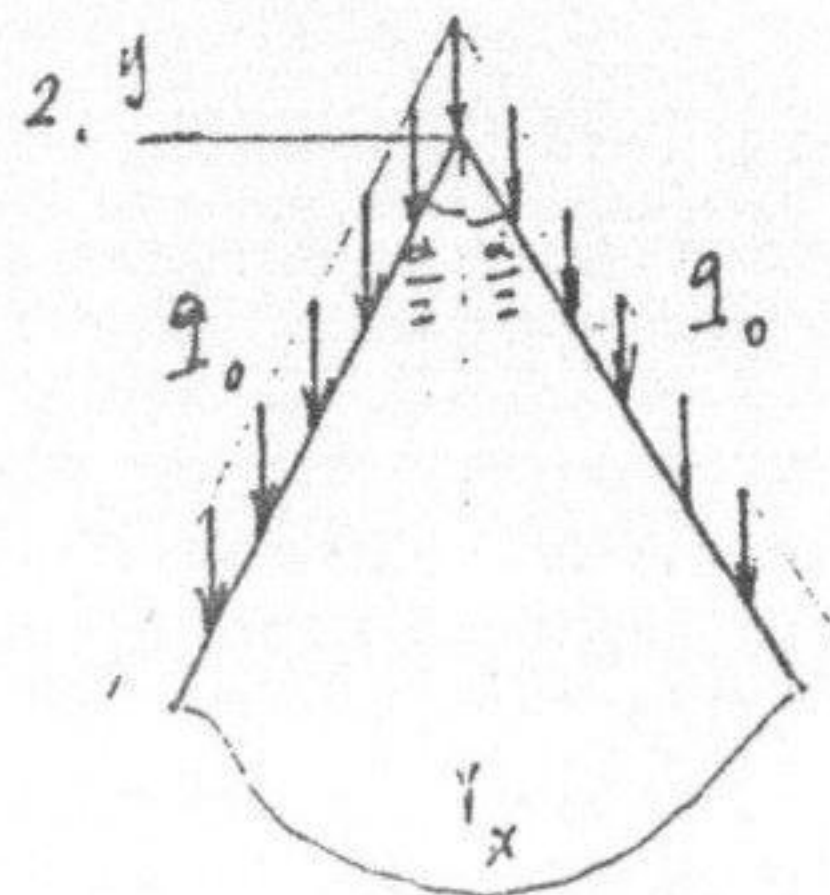
$$\sigma_r = A \frac{\cos \theta}{r}, \quad \sigma_\theta = B \frac{\cos \theta}{r}, \quad \tau_{r\theta} = B \frac{\sin \theta}{r};$$

如不计体力, A, B 为任意非零常数, 试检查它们是否可能发生。

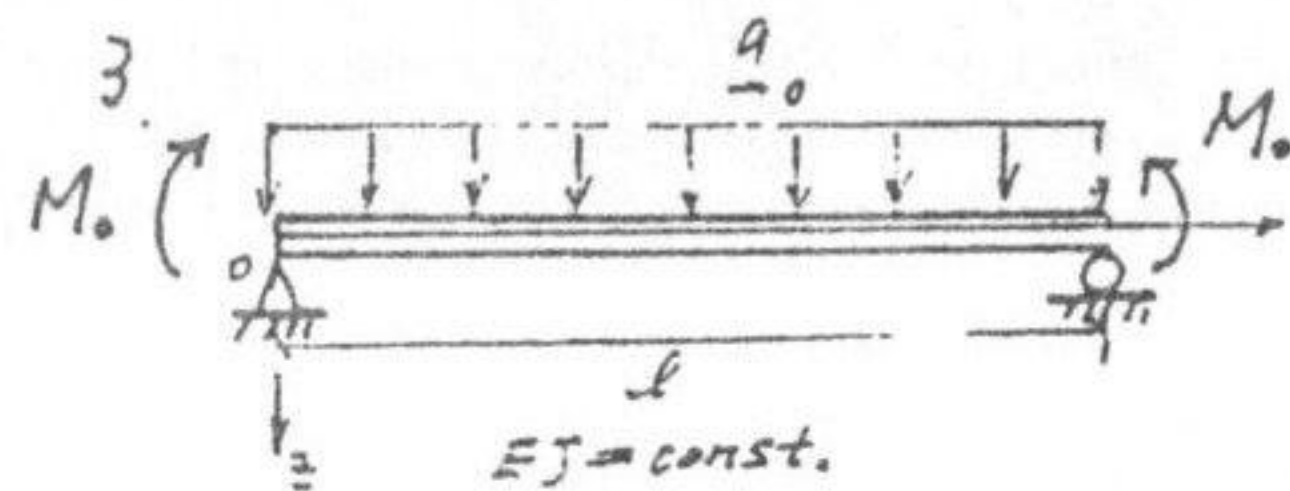
二. 计算题 (80分, 每小题20分)



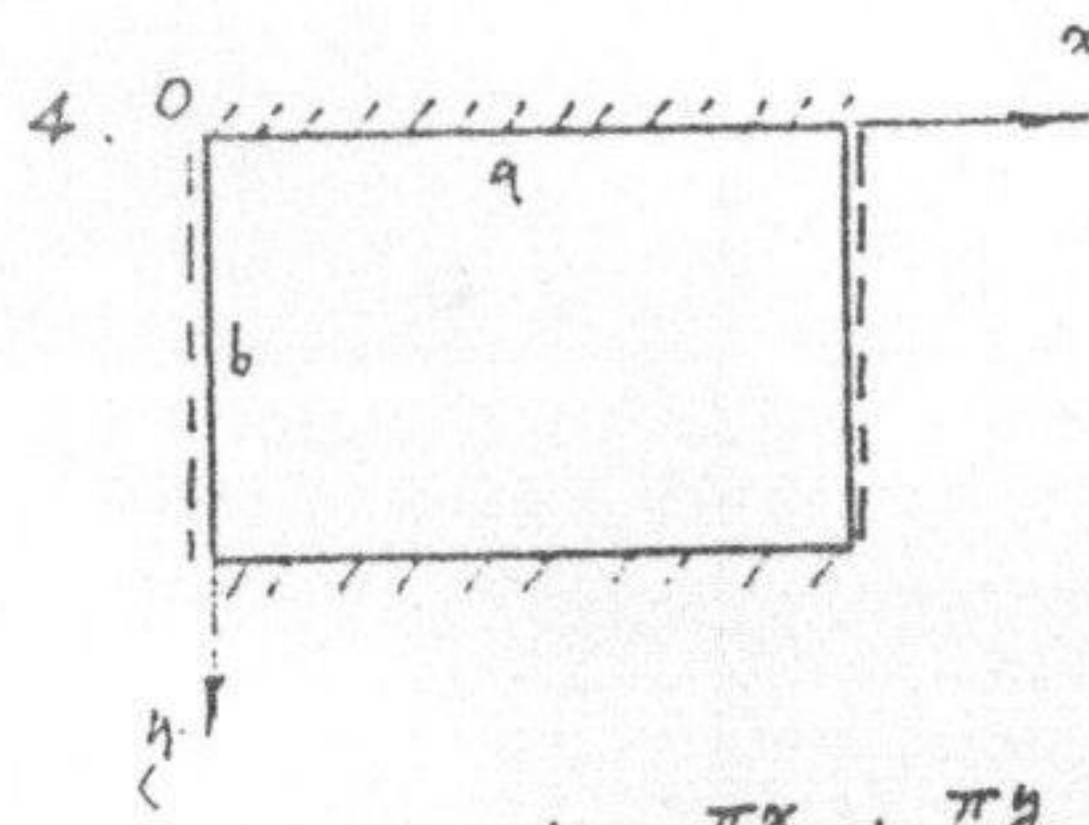
图示悬臂梁, 在自由端受与水平线成 α 角度的集中力 P 的作用, 求应力分量 $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$. (不计体力)



尖劈两侧面受铅直方向均匀分布的荷载 q_0 作用, 不计体力, 求出应力分量 $\sigma_r, \sigma_\theta, \tau_{r\theta}$.



简支梁受均匀分布荷载 q_0 作用, 两端受图示方向弯矩 M_0 作用, 试用最小势能原理, 推导梁用挠度表示的平衡微分方程和静力边界条件。



图示矩形薄板, 两对边简支, 另两对边固定, 受均匀横向荷载 q_0 作用, 试用瑞利-李兹法或伽辽金法求出挠度 w 的近似解。

附: 按计算法的要求, 在下列函数中, 正确选择其中之一作为试函数。

(1) $w = A \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b}$,

(2) $w = A y^2 \sin \frac{\pi x}{a}$, (3) $w = A \sin \frac{\pi x}{a} (1 - \cos \frac{2\pi y}{b})$.