同济大学一九九八年硕士生入学考试试题

考试科目：概率论与数理统计　　　　编号：31—1 2

答题要求：(1) 采用下分位数，以 $N(0,1)$ 为例，若 $X\sim N(0,1)$，$P(X\le u_\alpha)=\alpha$

(2) 样本方差 $S^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2$

(3) 样本均指简单随机样本.

(4) $N(0,1)$ 的分布函数为 $\Phi(x)$

备用数据：$\Phi(3.42)=0.9997$，$\Phi(2.51)=0.994$，$\Phi(2.58)=0.995$

$\Phi(2.33)=0.99$，$\Phi(1.675)=0.953$，$t_{0.025}(23)=-2.069$

$\chi^2_{0.95}(4)=9.488$，$\chi^2_{0.95}(5)=11.071$.

一、填空题（共6小题，每小题5分）

1. 设随机变量 X 服从泊松分布 且 $P(X=4)=P(X=3)$ 则 $P(X>1)=$ ______.

2. 已知0.5%的男人和0.25%的女人是色盲，现随机地取一人，结果此人恰为色盲，则此人为男人的概率是 ______.

3. 已知 $f(x)=Ce^{-|x|}$，$-\infty<x<+\infty$，当 $C=$ ______ 时，$f(x)$ 为某个随机变量的密度函数。

4. 设 $(X_1,X_2,\cdots,X_n)$ 是取自总体 X 的一个样本，X 服从区间 $(0,\theta)$ 上的均匀分布，则 $E\bar{X}=$ ______ $D(\bar{X})=$ ______，$E(S^2)=$ ______.

5. 设 $(X_1,\cdots,X_n)$ 是取自正态总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的一个样本，其中 $n\ge2$，则 $X_1-\bar{X}$ 与 $X_2-\bar{X}$ 之间的相关系数为 ______.

6. 设 $X_1,\cdots,X_{n+1}$ 是取自正态总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的一个大小为 $(n+1)$ 的样本，则当常数 $C=$ ______ 时，统计量 $C\frac{X_{n+1}-\bar{X}}{S}$ 服从 ______.

二 (10分) 一幢11层的大楼，一架电梯从底层载有7位乘客，在上面的10层楼的每一层都停，设每一乘客在各层离开电梯的可能性相同，求事件A："没有两位乘客在同一层楼离开"的概率 $P(A)$.

三. (10分) 安装在电视机内的某电子元件可能属于甲、乙、丙三批中的某一批。甲批元件占总数的 $\frac{1}{4}$，乙批元件占总数的 $\frac{1}{4}$，丙批元件占总数的 $\frac{1}{2}$，甲、乙、丙批电子元件能工作到规定时数的概率相应为 0.8，0.7，0.9 求电视机内这个电子元件能工作到规定时数的概率。

四 (10分) 某计算机系统有120个终端，每个终端有5%的时间被使用，若各个终端之间使用与否是相互独立的，试求10个或更多终端被使用的概率。（用中心极限定理）

五. (10分) 已知某路口车辆经过的间隔时间服从指数分布 $E(\lambda)$，其中 λ 未知，$\lambda>0$，现在观测到6个间隔时间数据（单位：秒），其数据为：1.8，3.2，5.8，10.1，4.2，2.5 试求该路口车辆经过的平均间隔时间的矩估计值。

同济大学一九九八年硕士生入学考试试题

考试科目：概率论与数理统计　　　　编号：31－2

答题要求：

六（10分）设 $(X_1,\cdots,X_n)$ 是取自总体 X 的一个样本，X 的密度函数为

$$f(x)=\begin{cases} e^{-(x-\theta)} & x\geq\theta \\ 0 & 其余 \end{cases}$$

其中 θ 未知，$-\infty<\theta<+\infty$，

(1) 求 θ 的极大似然估计量 $\hat{\theta}$；

(2) 问 $\hat{\theta}$ 是 θ 的无偏估计量吗？为什么？

七（12分）在交通工程中，需要测定车速（单位：千米/小时）。由以往的经验知道，测量值服从标准差为 3.58 的正态分布。假定所有的观测都是相互独立的，求

(1) 至少要作多少次观测才能以 99% 的可靠性保证平均测量值的误差在 ±1 之间。

(2) 现在作了 150 次观测，试问平均测量值的误差在 ±1 之间的概率有多大？

八（8分）在一个黑箱中放有白球和黑球，有放回地从这个黑箱中摸球，直到摸到白球为止，记下摸球数，重复这样的试验 100 次，得 100 个数据如下

每次试验的摸球数	1	2	3	4	5	6
频数 n_j	43	31	15	6	4	1

试问在显著水平 $\alpha=0.05$ 下能否认为黑箱中白球与黑球的个数相等？