

同济大学一九九八年硕士生入学考试试题

考试科目: 高等数学 (单独命题)

编号: 157-1
2

答题要求: 闭卷.

一. 填空题 (本题共5小题, 每小题3分, 满分15分)

(1) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n(n+1)} - n) =$ _____.

(2) 设 $y=f(x)$ 满足 $f(x) = x^2 - \int_0^a f(x) dx$, 且 $a \neq 1$, 则 $f(x) =$ _____.

(3) 函数 $u = z - e^z + 2xy$ 在点 $(1, 1, 1)$ 处沿该点的向径方向的方向导数等于 _____.

(4) 设曲线 $L: |x| + |y| = 1$, 则 $\int_L \frac{dx+dy}{|x|+|y|} =$ _____.

(5) 设 S 是球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 16$, 则曲面积分 $\iint_S z dx dy =$ _____.

二. 选择题. (本题共5小题, 每小题3分, 满分15分. 每小题有四个答案供选择, 只有一个是正确的)

(1) $f'(x_0) = 0, f''(x_0) > 0$ 是函数 $y=f(x)$ 在点 $x=x_0$ 处有极值的 _____.

A. 必要条件; B. 充分条件;

C. 充要条件; D. 无关条件.

(2) 设 $f(x) = \int_0^x \sin t dt$, 则 $f[f(\frac{\pi}{2})] =$ _____.

A. -1; B. 1; C. -cos1; D. 1-cos1.

(3) 若向量 \vec{a}, \vec{b} 满足 $|\vec{a}-\vec{b}| = |\vec{a}+\vec{b}|$, 则必有 _____.

A. $\vec{a} = 0$ 或 $\vec{b} = 0$; B. $|\vec{a}| = |\vec{b}|$;

C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$; D. $\vec{a} \times \vec{b} = 0$.

(4) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n n!}{n!} x^{3n}$ 的和函数是 _____.

A. $x e^{x^3}$; B. $e^{x^3} (1+3x^3)$;

C. $3x^3 e^{x^3}$; D. $e^{x^3} (2+3x^3)$.

(5) 微分方程 $2yy'' = (y')^2$ 的通解是 _____.

A. $(x-c)^2$; B. $C_1(x-1)^2 + C_2(x-1)^2$

C. $C_1 + (x-c_2)^2$; D. $C_1(x-c_2)^2$

三. 计算下列各题 (本题共5小题, 每题6分, 满分30分)

(1) 计算 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{x^2} \sin 5t dt}{\ln^2(x^2+1)}$

(2) 设 $\begin{cases} x = a(\ln t + \frac{1}{t} + \cos t) \\ y = a \sin t \end{cases}$ 求 $\frac{dy}{dx}$.

(3) 计算 $\int \sec^3 x dx$

(4) 计算二次积分 $I = \int_0^1 x^2 dx \int_x^1 e^{-y^2} dy$

同济大学一九九八年硕士生入学考试试题

考试科目: 高等数学

编号: 157-2

答题要求: (重考)

5) 将 $f(x) = \frac{1}{1+x-2x^2}$ 展开成 x 的幂级数, 并求收敛域.

四. (本题8分) 求证从点 $A(5, 0)$ 向抛物线 $y = \sqrt{x}$ 上的点 $P(x, y)$ 作最短线段 AP 是抛物线的法线.

五. (本题8分) 求通过直线 $\begin{cases} 3x - 2y + 2 = 0 \\ x - 2y - 3 + 6 = 0 \end{cases}$ 且与点 $(1, 2, 1)$ 的距离为1的平面方程.

六. (本题8分) 已知函数 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上连续, 在 $(0, 1)$ 内可导, 且 $f(1) = 0$. 证明存在 $\xi \in (0, 1)$, 使 $f'(\xi) = \frac{-f(\xi)}{\xi}$.

七. (本题8分) 设 $\varphi(x)$ 具有二阶连续导数, 且 $\varphi(0) = 0$, $\varphi'(0) = 1$. 求函数 $u = u(x, y)$ 使 $du = y[e^x - \varphi(x)]dx + [\varphi'(x) - 2\varphi(x)]dy$, 并计算曲线积分 $\int_{(0,0)}^{(1,1)} y[e^x - \varphi(x)]dx + [\varphi'(x) - 2\varphi(x)]dy$ 的值.

八. (本题8分) 设平面上有一有界闭区域 D . 证明一定存在一直线 l , 可将区域 D 分成面积相等的两部分.