

1999 年同济大学概率论与数理统计试题

考研加油站收集整理 <http://www.kaoyan.com>

1999 年同济大学概率论与数理统计试题

各用数据:  $\Phi(2.84) = 0.9977$ ,  $\Phi(1.62) = 0.9474$   
 $\chi^2_{0.90}(10) = 15.987$ ,  $\chi^2_{0.99}(15) = 30.615$ .  
 $t_{0.975}(16) = 2.1199$

一. (10分) 已知  $P(A) = 0.6$ ,  $P(B) = 0.6$ ,  $P(\bar{B}|A) = 0.2$   
 求  $P(A|B)$

二. (12分) 设有两门高射炮, 每一门击中飞机的概率都是  
 $0.6$ , 若同时发射一发炮弹, 求飞机被击中的概率。  
 又若有一架敌机入侵领空, 欲以  $99\%$  以上的概率击中  
 它, 问至少需要多少门高射炮同时发射炮弹?

三. (15分) 设随机变量  $X$  的概率密度函数为  
 $f(x) = k e^{-\frac{|x|}{2}}$ ,  $-\infty < x < \infty$   
 其中  $k$  为常数,

- (1) 求常数  $k$  ;  
 (2) 求  $X$  的分布函数  $F(x)$  ;  
 (3) 若  $(X_1, X_2, X_3, X_4)$  是取自总体  $X$  的一个简单随机样本,  
 求  $Z = \min(X_1, X_2, X_3, X_4)$  的密度函数.

四 (13分) 设  $X$  与  $Y$  为独立同分布的离散型随机变量, 其概率函数为

$$P(X=n) = P(Y=n) = \frac{1}{2^n}, \quad n=1, 2$$

- (1) 求  $X+Y$  的概率函数;  
 (2) 求  $P(X+Y < 4)$ ,  $P(X^2+Y^2 < 4)$  .

五. (10分) 若某产品的不合格品率为 0.005, 任取 10000 件, 问不合格品数大于等于 70 的概率等于多少? (用中心极限定理求解).

六 (15分) (1) 设  $(X_1, X_2, \dots, X_{16})$  是取自正态总体  $N(0, 0.09)$  的一个样本, 求  $P\left(\sum_{i=1}^{16} X_i^2 > 1.44\right)$ .

(2) 设在总体  $N(\mu, \sigma^2)$  中抽取容量为 16 的样本, 构造  $t, \sigma^2$  的统计量, 求  $P\left\{\frac{S^2}{\sigma^2} \leq 2.041\right\}$  和  $D\left(\frac{S^2}{\sigma^2}\right)$ ,

其中  $S^2, S^{*2}$  分别为样本方差和修正样本方差即

$$S^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2, \quad S^{*2} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2, \quad n=16.$$

七. (15分) 设  $(X_1, \dots, X_n)$  是取自总体  $X$  的一个样本,  $X$  的密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} (\alpha+1)x^\alpha, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其余} \end{cases}$$

其中  $\alpha$  为未知参数.

求参数  $\alpha$  的矩估计与极大似然估计.

八. (10分) 取样分析一种食品在某种化学处理前后的含水量 (单位: %) 得到如下数据:

处理前	19	18	21	30	42	12	30	28		
处理后	15	13	7	7	24	19	4	8	20	12

假定处理前后食品的含水量都服从正态分布, 且它们的方差相等, 试问处理前后的含水量是否存在显著性改变? 取显著性水平  $\alpha = 0.05$ .