7.3 158-A

同济大学 2000 年 硕士生入学考试试题

考试科目：弹性力学 编号：88-1

2

答题要求：简明、扼要、正确。

一、概念题（共30分）

1. 分别写出下列方程的名称，并指出它们的物理意义，是代表平衡条件还是连续条件？（8分）

(1) $\sigma_{ij,i}+X_j=0 \quad (i,j=1,2,3)$

(2) $\nabla^2(\sigma_x+\sigma_y)=0$

(3) $\nabla^2 F=-2$ （F为普朗特应力函数）

(4) $\nabla^2\nabla^2 w=q/D$ （w为薄板弯曲的挠度）

(5) $\nabla^2\nabla^2 U=0$ （U为艾雷应力函数）

(6) $\int_\tau X_i\delta u_i\,d\tau+\int_{S_1}\bar{X}_i\delta u_i\,d\Sigma=\int_\tau\sigma_{ij}\delta\varepsilon_{ij}\,d\tau \quad (i,j=1,2,3)$

(7) $\int_{S_2}\bar{u}_i\delta\sigma_{ij}n_j\,d\Sigma=\int_\tau\varepsilon_{ij}\delta\sigma_{ij}\,d\tau$ （ …… ）

(8) $\sigma_{ij,kk}+\dfrac{1}{1+\nu}\sigma_{kk,ij}=0$ （ …… ）

2. 作为平面问题，验证下列应力分量是否可能发生？（8分）

$$\begin{cases}\sigma_x=6Ax^2y-4Ay^3,\\ \sigma_y=2Ay^3,\\ \tau_{xy}=-Axy^2;\end{cases}$$ 假设体力为零。

3. 试指出布希涅斯克——伽辽金通解（Boussinesq-Галёркин）

$$\vec{u}=-\frac{1}{2(1-\nu)}\nabla\nabla\vec{\varphi}+\nabla^2\vec{\varphi}$$

与纽勃——巴博考维奇通解（Neuber-Папковч）

$$\vec{u}=\vec{\xi}-\frac{1}{2(1-\nu)}\nabla\left(\Phi_0+\frac{1}{2}\vec{R}\cdot\vec{\xi}\right)$$

中的 $\vec{\varphi}$，Φ_0 和 $\vec{\xi}$ 各满足什么方程。（8分）

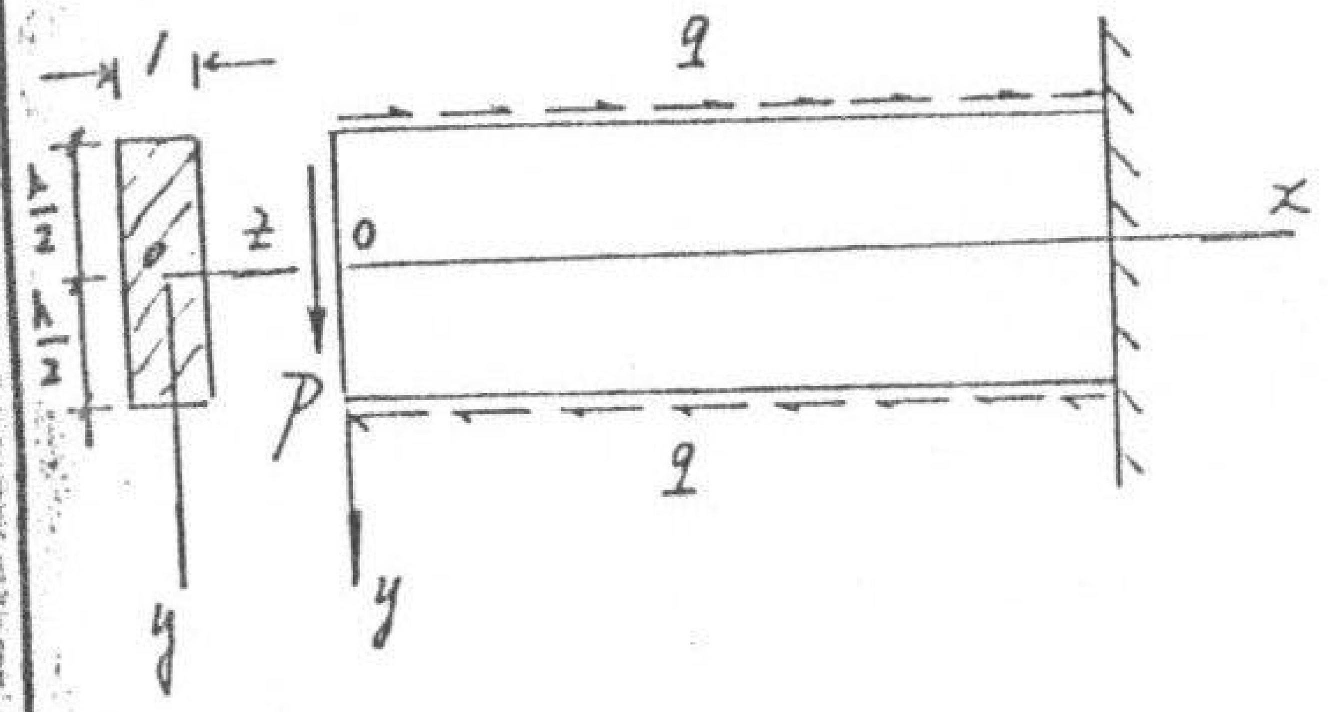
4. 无限弹性介质中有哪两种波？无旋位移、体积应变 θ 等体位移和转动矢量 $\vec{\omega}$ 各以哪种波的速度传播？（6分）

同济大学2000年硕士生入学考试试题

考试科目：弹性力学　　　　编号：88-2

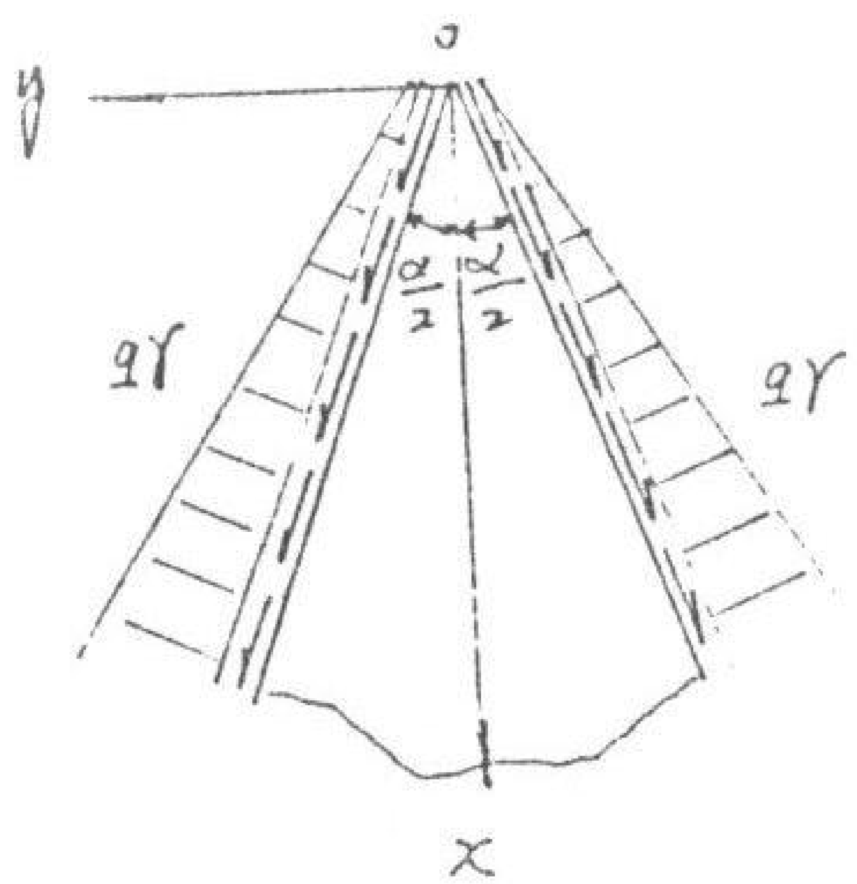
答题要求：正确、完整。

二、计算题：(共70分)

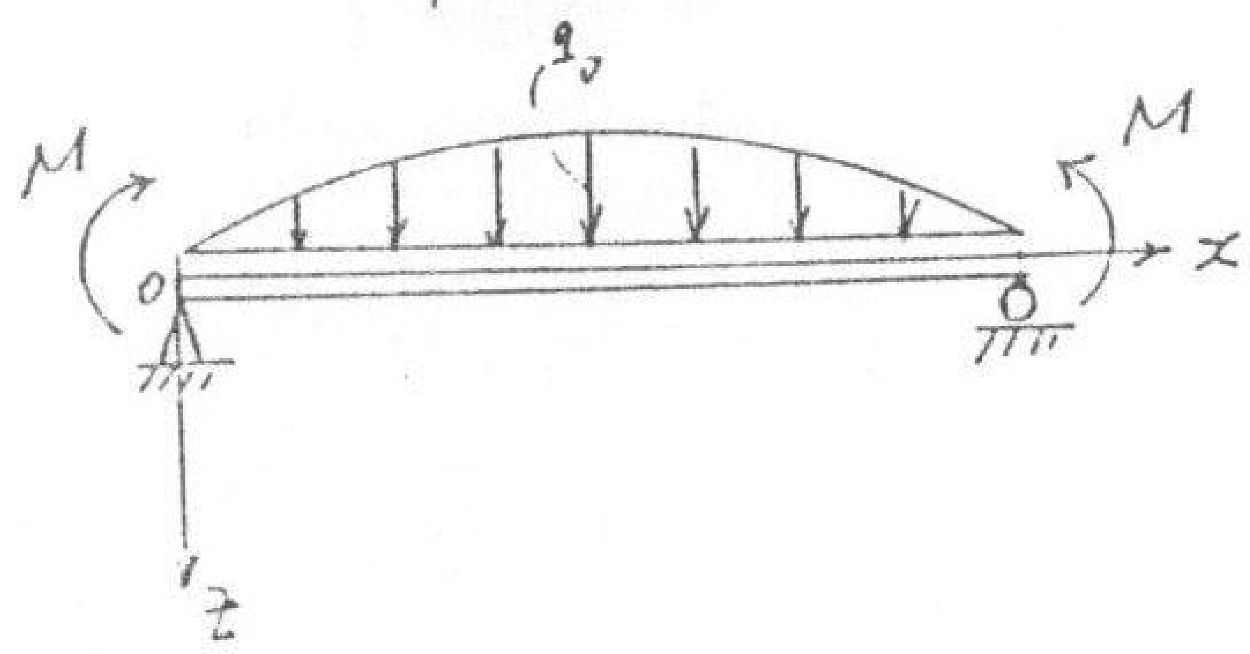


1. 悬臂梁上下表面作用有均匀分布的剪力 q，自由端作用切向力 P。方向如图示。如不计体力，求出应力分量 $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$。(20分)

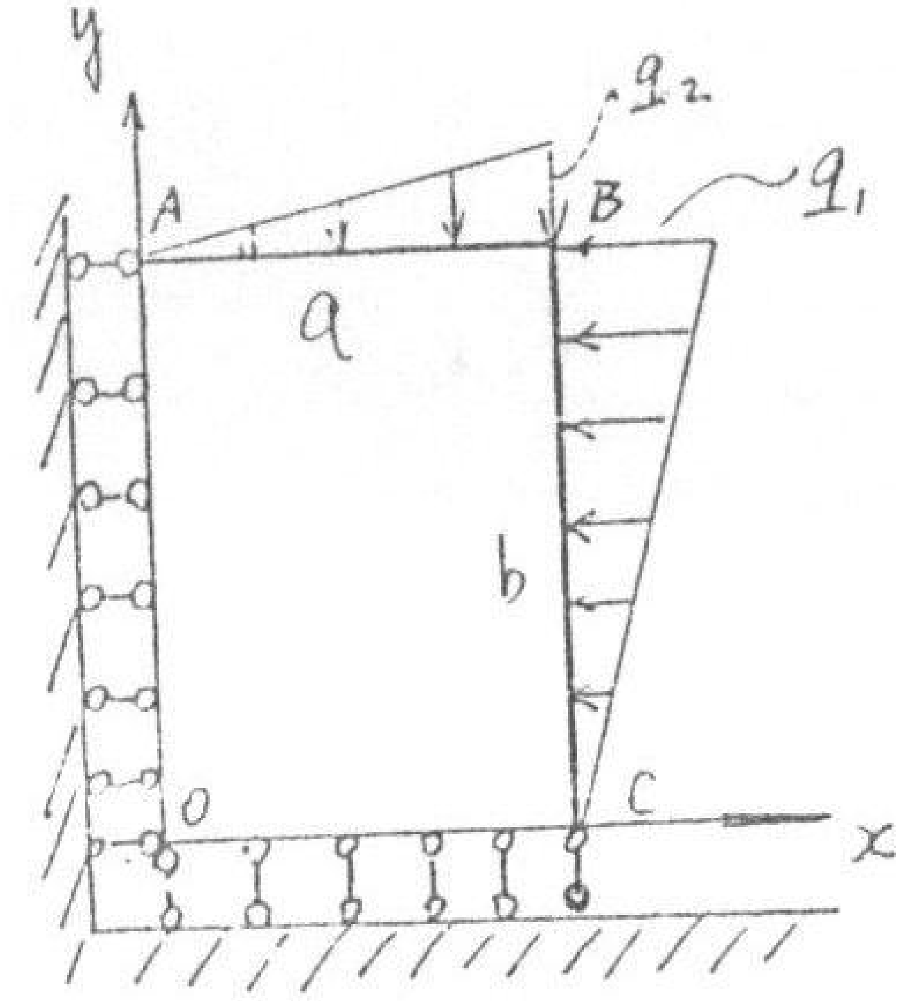
2. 尖劈两侧作用有呈线性分布的剪力 qr 的荷载。不计体力，试用量纲分析法，求出应力分量 $\sigma_r, \sigma_\theta, \tau_{r\theta}$。(20分)



3. 按最小势能原理的近似计算方法，求出下列两例的近似解答。(30分)



(1) 简支梁受呈 $q(x)=q_0\sin\frac{\pi x}{l}$ 的分布荷载作用，q_0 为梁中点的荷载集度，两端有大小相同方向相反的弯矩 M 作用。设挠度函数为 $w=A\sin\frac{\pi x}{l}$。试求挠度 $w(x)$。



(2) 图示 $a\times b$ 的矩形薄板，它的左边和底边被法向固定，上边和右边受线性分布的压力，q_1，q_2 为B点的荷载集度。设位移函数为：

$$\begin{cases} u=Ax,\quad v=By; \\ u_0=v_0=0; \end{cases}$$

试求 u, v。