

同济大学 2000 年 硕 士生入学考试试题

考试科目: 量子力学

编号: 110

答题要求:

一、(本题 28 分)

- 1、写出德布罗意公式和描写自由粒子的波函数。
- 2、试述波函数的标准条件和态迭加原理。
- 3、将某一体系的状态波函数 $\psi(x)$ 用算符 \hat{F} 的本征函数 $\phi_n(x)$ 和 $\phi_\lambda(x)$ 展开, 并说明展开系数的意义。
- 4、写出非简并定态微扰理论中能量的一级修正、二级修正和波函数的一级修正表达式。写出与时间有关的微扰理论中由初态 Φ_k 跃迁到终态 Φ_m 的几率表达式。
- 5、试述: (1) 全同粒子的定义, (2) 全同性原理, (3) 费密子和玻色子的定义, (4) 泡利不相容原理。

二、(本题 18 分) 一维空间中运动的单粒子, 质量为 m , 势能为:

$$U(x) = \begin{cases} 0 & 0 \leq x \leq a \\ \infty & x < 0 \text{ or } x > a \end{cases}$$



求单粒子的能量和波函数。

三、(本题 18 分) 对于两任意波函数 ψ 和 ϕ , 厄密算符 \hat{F} 满足:

$$\int \psi^* \hat{F} \phi d\tau = \int (\hat{F} \psi)^* \phi d\tau, \quad (i)$$

设 \hat{F} 为厄密算符, 有本征方程:

$$\hat{F} \phi_k = \lambda_k \phi_k, \quad (ii)$$

$$\hat{F} \phi_l = \lambda_l \phi_l, \quad (iii)$$

求证: (1). x 和 \hat{p}_x 都是厄密算符. (2). $\lambda_k = \lambda_k^*$. (3). 若 $\lambda_k \neq \lambda_l$, 则 $\int \phi_k^* \phi_l d\tau = 0$

四、(本题 18 分)

- (1). 写出泡利矩阵 $\hat{\sigma}_x, \hat{\sigma}_y, \hat{\sigma}_z$.
- (2). 证明: $\hat{\sigma}_x \hat{\sigma}_y \hat{\sigma}_z = i$.
- (3). 求 $\hat{\sigma}_y$ 的本征值和所属的本征函数。

五、(本题 18 分) 若一维单粒子处于状态 (未归一化): $\psi(x) = \exp(\frac{i}{\hbar} P_0 x - \frac{x^2}{4A^2})$,

其中 A, P_0 为常数, x 的定义域从 $-\infty$ 到 $+\infty$, 求:

- (1). 动量平均值。
- (2). 计算测不准关系: $\overline{(\Delta x)^2} \cdot \overline{(\Delta p_x)^2} = ?$

(积分公式: $\int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-ax^2) dx = \sqrt{\frac{\pi}{a}}, \quad \int_{-\infty}^{+\infty} x^{2n} \exp(-ax^2) dx = \frac{(2n-1)!!}{2^n a^n} \sqrt{\frac{\pi}{a}})$