

同济大学 2000 年 硕士生入学考试试题

考试科目: 数学物理方法.

编号: 109

答题要求:

一、求下列幂级数的收敛半径 (20 分):

$$(a) \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k Z^k \quad ; \quad (b) \sum_{k=1}^{\infty} k! \left(\frac{z}{k}\right)^k$$

二、利用留数定理计算下列积分 (20 分):

$$(a) I = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{1+x^2} \quad ; \quad (b) I = \int_0^{\infty} \frac{\cos mx}{x^2+a^2} dx$$

三、利用拉普拉斯变换, 求解 RL 电路方程 (20 分):

$$L \frac{d}{dt} j(t) + Rj(t) = E_0 \sin \omega t$$

$$j(0) = 0$$

四、某一维强迫振动, 可归结为如下的定解问题 (20 分):

$$u_{tt} - a^2 u_{xx} = \cos \frac{\pi x}{l} \sin \omega t \quad (0 < x < l, t > 0)$$

$$u_x(0, t) = u_x(l, t) = 0$$

$$u(x, 0) = 0, \quad u_t(x, 0) = 0$$

试求其解。

五、半导体中限定源扩散现象, 可归结为半无限空间的定解问题 (20 分):

$$u_t - a^2 u_{xx} = 0$$

$$u_x(0, t) = 0$$

$$u(x, 0) = A_0 \delta(x-0) \quad (x > 0)$$

试求其解。