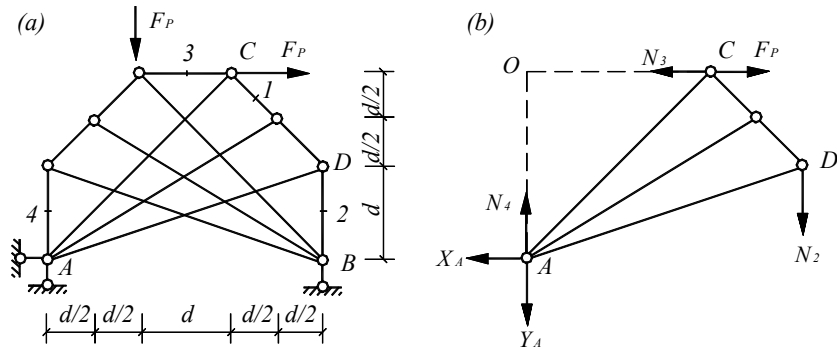


同济大学 2004 试题

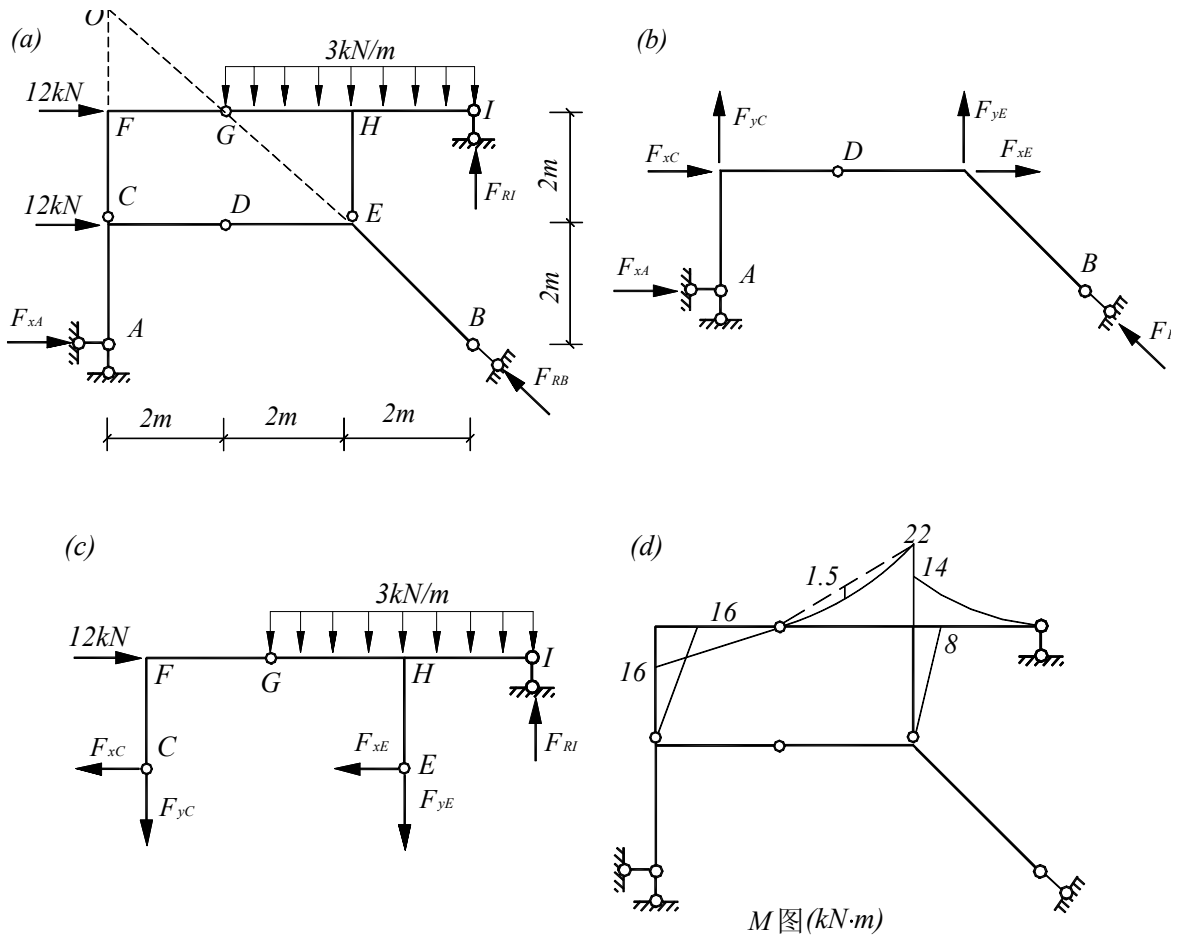
一、求图示桁架指定杆的内力 F_{N1} 、 F_{N2} 。(18分)



提示：上部结构几何组成按两刚片规则分析，故受力分析先拆除最后组装的杆件，即先拆 2、3、4 杆，见图 b。

答案： $F_{N2} = -\frac{2}{3}F_P$ (压力)； $F_{N1} = -\frac{\sqrt{2}}{2}F_P$ (压力)。

二、试求图a所示刚架的弯矩图，并求出B支座的反力 F_{RB} 。(19分)



解：由整体 $\sum M_0 = 0 \Rightarrow F_{xA} \times 6 + F_{R1} \times 6 + 12 \times 2 + 12 \times 4 - 3 \times 4 \times 4 = 0$

$$\Rightarrow F_{R1} = -F_{xA} - 4$$

(1) 对下半部分进行分析 (图b)。由于 F_{RB} 沿杆轴作用, 故 BE 段无弯矩, 又由铰 D 弯矩为零, 进一步可得 DE、CD、AC 段均无弯矩。因此有 $F_{xA} = 0$, 带入上式可得 $F_{R1} = -4kN(\downarrow)$ 。

(2) 再对上半部分进行分析 (图c)

$$\sum M_E = 0 \Rightarrow 4F_{yC} - 12 \times 2 - 4 \times 2 = 0 \Rightarrow F_{yC} = 8kN$$

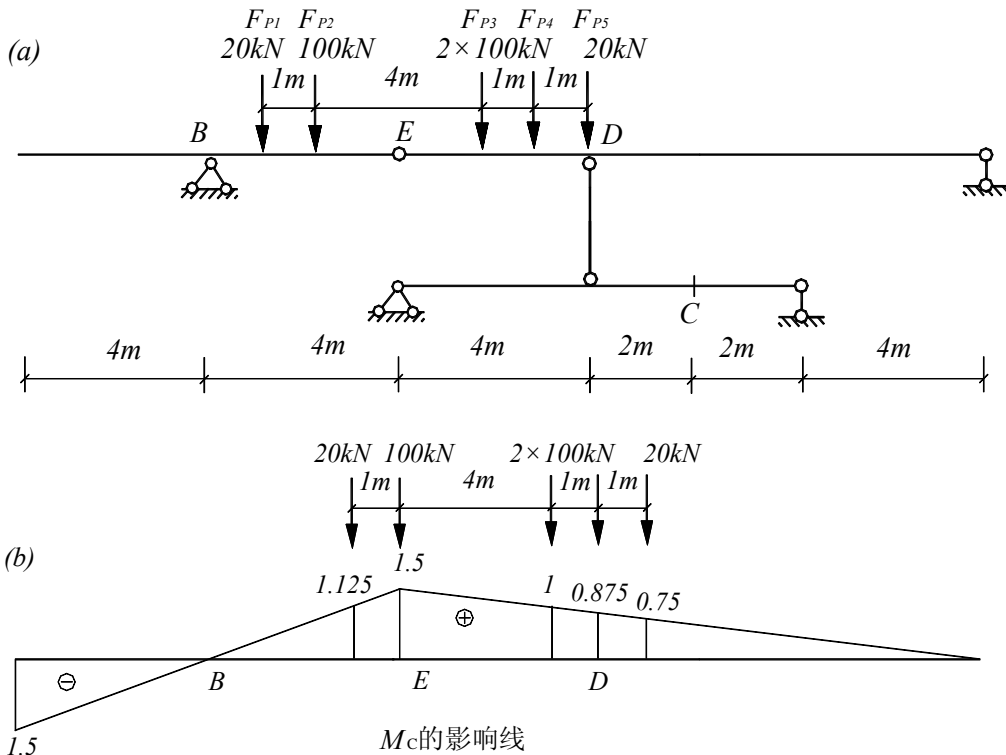
$$\text{取 CFG 分析, } \sum M_G = 0 \Rightarrow -F_{xC} \times 2 + F_{yC} \times 2 = 0 \Rightarrow F_{xC} = 8kN$$

$$\text{由 } \sum X = 0 \Rightarrow F_{xE} = 4kN$$

由此可绘出刚架的 M 图如图 d 所示。

(3) 对整个刚架进行分析, $\sum X = 0 \Rightarrow F_{RB} = 24\sqrt{2}kN$ (↖)。

三、试求图示移动荷载组作用时 C 截面上的最大弯矩 $M_{C(\max)}$ 。(19 分)



解: (1) 用机动法画出 M_C 的影响线(图b)。

(2) 求临界荷载

经分析, F_{P1} 、 F_{P5} 不是临界荷载, 只需分析其余三个荷载。

当 F_{P2} 位于影响线顶点 E, 荷载左移 $\frac{20+100}{4} > \frac{100 \times 2 + 20}{12}$, 右移 $\frac{20}{4} < \frac{100 \times 3 + 20}{12}$, 故 F_{P2} 是临界荷载。

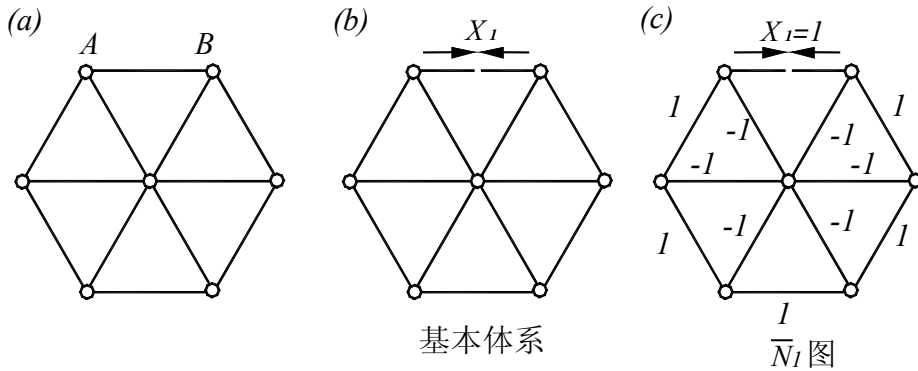
当 F_{P3} 位于影响线顶点, 荷载左移 $\frac{20+200}{4} > \frac{100+20}{12}$, 右移 $\frac{20+100}{4} > \frac{100 \times 2 + 20}{12}$, 故 F_{P3} 不是临界荷载。 F_{P4} 也不是临界荷载。

(3) 求 $M_{C_{max}}$

由以上知，当 F_{P2} 作用在影响线顶点时，C 截面上产生最大弯矩 $M_{C_{max}}$ ，

$$M_{C_{max}} = 20 \times 1.125 + 100 \times 1.5 + 100 \times 1 + 100 \times 0.875 + 20 \times 0.75 = 375 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

四、图示平面链杆系各杆 l 及 EA 均相同，杆 AB 的制作长度短了 Δ ，现将其拉伸拼装就位，试求该杆的轴力和长度。(19 分)



解：用力法。此桁架是一次超静定结构，其基本体系如图 b 所示。力法方程： $\delta_{11}X_1 - \Delta = 0$

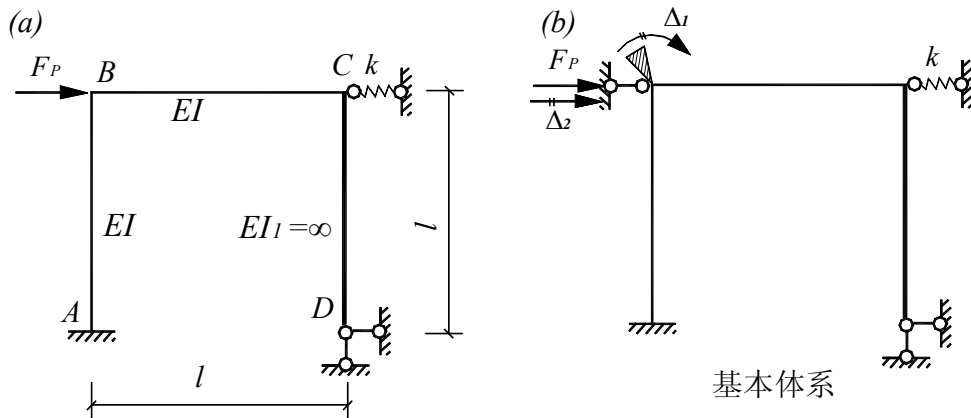
系数 $\delta_{11} = \frac{l^2 \times l}{EA} \times 6 + \frac{(-l)^2 \times l}{EA} \times 6 = \frac{12l}{EA}$ ，将系数代入力法方程得 $X_1 = \frac{EA\Delta}{12l}$

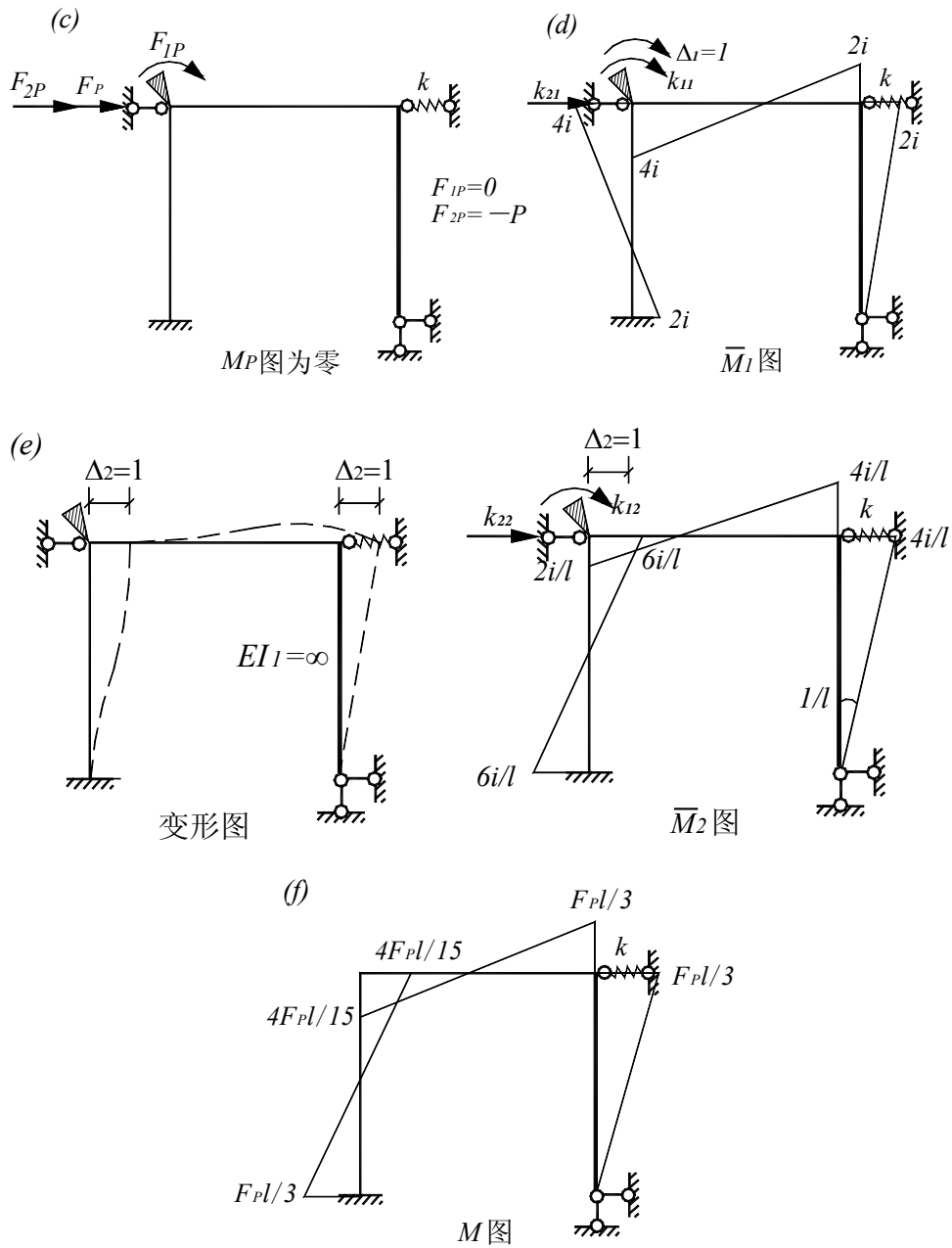
AB 杆的轴力 $F_{NAB} = X_1 = \frac{EA\Delta}{12l}$ (拉力)。

杆件 AB 因受拉力 X_1 作用，其伸长量为 $\frac{X_1 l}{EA} = \frac{EA\Delta}{12l} \times \frac{l}{EA} = \frac{\Delta}{12}$ ，因此拼装后杆 AB 的长度为

$$l - \Delta + \frac{\Delta}{12} = l - \frac{11}{12}\Delta。$$

四、试用位移法绘制图示结构的弯矩图，已知 C 点处弹簧刚度系数 $k = EI/l^3$ 。(19 分)





解：确定基本体系如图 b。建立位移法方程：

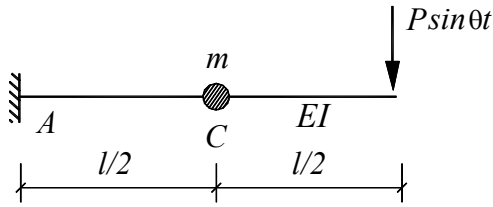
$$\begin{cases} k_{11}\Delta_1 + k_{12}\Delta_2 + F_{1P} = 0 \\ k_{21}\Delta_1 + k_{22}\Delta_2 + F_{2P} = 0 \end{cases}$$

设 $i = \frac{EI}{l}$ ，绘出 \bar{M}_1 、 \bar{M}_2 、 M_P 图，并求出系数和自由项： $k_{11} = 4i + 4i = 8i$ ， $k_{12} = k_{21} = -\frac{4i}{l}$ ， $k_{22} = \frac{4i}{l^2} + \frac{12i}{l^2} + k = \frac{17i}{l^2}$ ， $F_{1P}=0$ ， $F_{2P}=-F_P$ 。将系数和自由项代入位移法方程得：

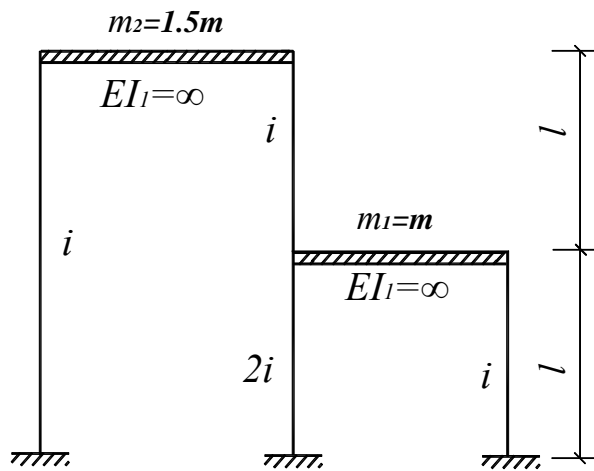
$$\begin{cases} 8i\Delta_1 - \frac{4i}{l}\Delta_2 = 0 \\ -\frac{4i}{l}\Delta_1 + \frac{17i}{l^2}\Delta_2 - F_P = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \Delta_1 = \frac{F_P l}{30i} \\ \Delta_2 = \frac{F_P l^2}{15i} \end{cases}, \text{ 根据 } M = \bar{M}_1\Delta_1 + \bar{M}_2\Delta_2 + M_P \text{ 绘出 } M \text{ 图如图 f.}$$

六、试求图示梁在简谐荷载作用下无阻尼强迫振动时质量所在点的动位移幅值，并绘出最大动力弯矩图。设 $\theta = \sqrt{\frac{6EI}{ml^3}}$ 。(19分)

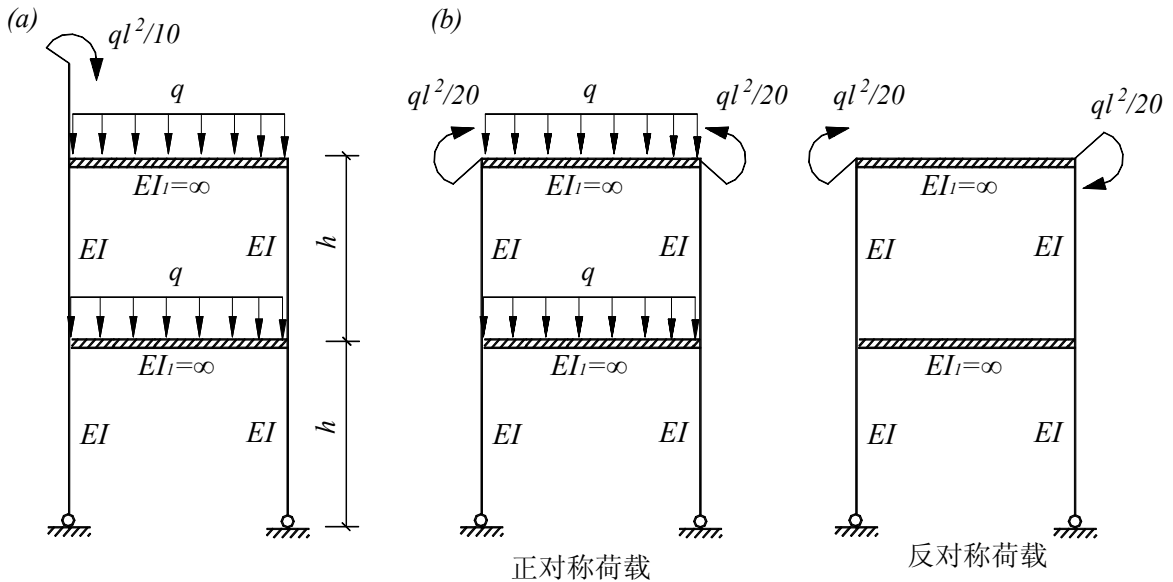
矩图。设 $\theta = \sqrt{\frac{6EI}{ml^3}}$ 。(19分)

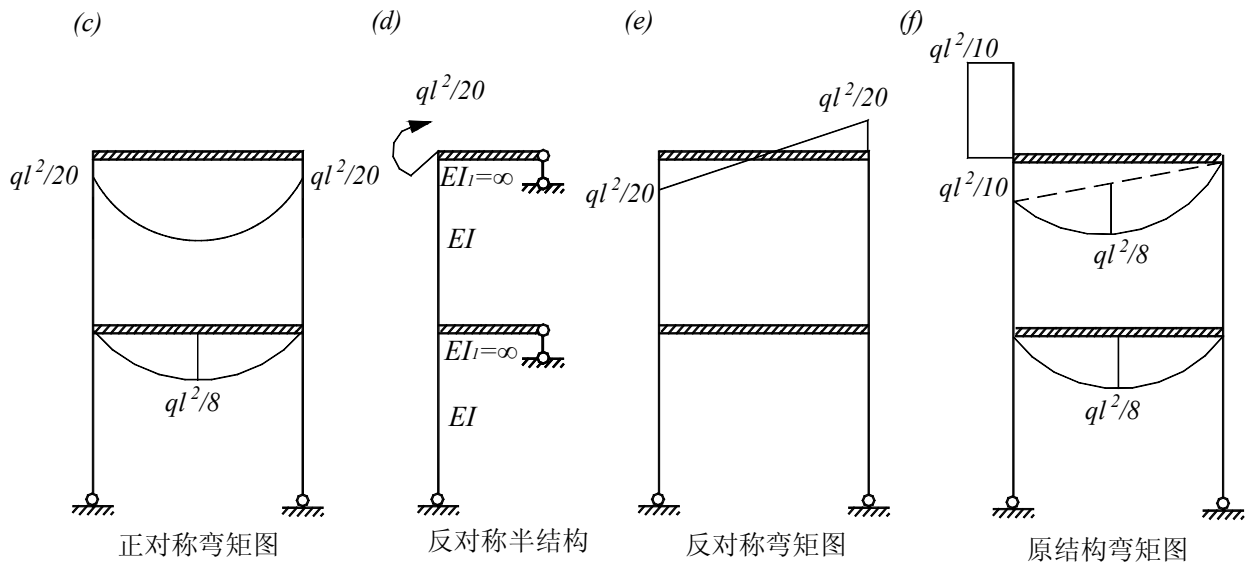


七、试用刚度法求图示刚架的自振频率和振型。设横梁为无限刚性，柱子线刚度如图，体系的质量全部集中在横梁上。(19分)



八、试运用力学基本概念分析图示结构，并作出 M 图的形状。(18分)





解：将荷载分解为正反对称两部分（图 b）。

在正对称荷载作用下，各柱均无侧移，且由于横梁刚度无穷大，无法转动，故竖柱也无弯曲，因此竖柱无弯矩，横梁弯矩图根据受力平衡条件画出，正对称弯矩图见图 c。

在反对称荷载作用下，取半结构（图 d），由水平方向受力平衡可知竖柱无剪力，故竖柱两端无相对水平侧移，又由于横梁刚度无穷大，无法转动，故竖柱也无弯曲，因此竖柱无弯矩，横梁弯矩图根据受力平衡条件画出，反对称弯矩图见图 e。

叠加可画出原结构弯矩图，见图 f。