复旦大学

92年招收攻读硕士学位研究生入学考试试题

报考专业：计算机科学理论
计算机软件
计算机组织与系统结构
计算机应用

考试科目：数学分析与线性代数

第一部分：綫性代数試題（35分）

1.（5分）計算行列式的值

$$\begin{vmatrix} a & b & b & b \\ a & b & a & b \\ a & a & b & a \\ b & b & b & a \end{vmatrix}$$

2（10分）求正交陣的特征值，特征向量

$$A=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

3（10分）設A是幂零矩陣，試証E+A的行列式為1，其中E是单位陣.

4.（10分）設A是反对称陣，B是对称陣.

証明 1) A^2是对称陣

2) $AB-BA$是对称陣

3) AB 是反对称阵充要条件 $AB=BA$

4) $AB-BA\neq E$

第二部分 数学分析试题（65分）

1.（16分）下列论述若正确的请给出证明，否则举一反例。

1) 对数列 $\{a_n\}$ 收敛，$\{a_n+b_n\}$ 发散，则 $\{b_n\}$ 发散。

2) 对一切 $f(x)$，有 $\lim\limits_{x\to 0} xf(x)=0$

3) 在 $x\in(0,+\infty)$ 内，$f(x)$ 是无界函数，且在任何闭区间上 $f(x)$ 连续，则当 $x\to+\infty$ 时，$f(x)$ 为无穷大量。

4) 若单调增加数列 $\{a_n\}$ 的子列 $\{a_{n_k}\}$ 收敛于 a，则 $\{a_n\}$ 也收敛于 a。

2（20分）计算：

1) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{(\sqrt{1+x}-1)\ln(1+x)}{\sin 3x\,\operatorname{tg} 2x}=$

2) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\int_0^{x^2}(e^{y^2}-1)\,dy}{\operatorname{tg}^2 x}=$

3) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \operatorname{arctg} 2x\,dx=$

4) 已知 $y(x)=\sin x^{\cos x}$ 求 $y'(x)$

5) 已知 $z(x,y)=y^{\sin x}$ 求 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial y\partial x}$

3（15分）

1) 求級數 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\dfrac{1}{n4^n}$ 的收斂区間.

2) 运用逐次微分法求級數

$$\frac{x}{1\cdot 2}+\frac{x^2}{2\cdot 3}+\frac{x^3}{3\cdot 4}+\cdots+\frac{x^n}{n(n+1)}+\cdots$$

的和函数.

3) 証明函数项級数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\sin nx}{n}$ 在 $[\delta, 2\pi-\delta]$ 上 $(0<\delta<\pi)$ 一致收斂.

4（14分）

1) 計算 $I=\oiint\limits_S x^4\,dy\,dz+y^2\,dx\,dz+z\,dx\,dy$

其中 S 是由 $z^2=x^2+y^2$, $z=2$, $z=1$

所围成立体Ω的表面外侧.

2) 证明：若$f_1(x)$, $f_2(x)$都是可微函数，且当$x \geq a$时有$|f_1'(x)| \leq f_2'(x)$，则当$x \geq a$时，有：

$$-(f_2(x)-f_2(a)) \leq f_1(x)-f_1(a) \leq f_2(x)-f_2(a)$$