复旦大学

95年招收攻读硕士学位研究生入学考试试题

报考专业：

计算机科学理论
计算机软件
计算机组织与系统结构
计算机应用

考试科目：

数学分析与线性代数

（共4页）

一、线性代数（30分）

1. 计算n阶方列式D的值（8分）

$$D=\begin{vmatrix} a & b & b & \cdots & b \\ b & a & b & \cdots & b \\ b & b & a & \cdots & b \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ b & b & b & \cdots & a \end{vmatrix}$$

2. 設四維線性空间V中的兩个基e_1,e_2,e_3,e_4，与e_1',e_2',e_3',e_4'之间关系為：

$$\begin{aligned} e_1' &= e_1+3e_2-5e_3-7e_4 \\ e_2' &= \qquad\ \ e_2+2e_3-3e_4 \\ e_3' &= \qquad\qquad\quad e_3+2e_4 \\ e_4' &= \qquad\qquad\qquad\quad\ e_4 \end{aligned}$$

向量ξ在基e_1,e_2,e_3,e_4下表达為：

$$\xi=e_1-2e_2+3e_3+e_4$$

求ξ在e_1',e_2',e_3',e_4'下的座标（8分）

3. (1) 何謂n階实正交陣（2分）

(2) 証n階实正交陣的逆陣及两个n階实正交陣的乘积

是否仍为正交阵，为什么？（4分）

(3) n维欧氏空间V一个标准正交基$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \cdots, \varepsilon_n$，$A$为$n$阶满秩矩阵，由$A$可得出$V$的一组基$e_1, e_2, \cdots, e_n$：

$$(e_1, e_2, \cdots, e_n) = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \cdots, \varepsilon_n) \cdot A$$

那么，$e_1, e_2, \cdots, e_n$为标准正交基的充要条件是A是正交阵（8分）

二、数学分析.（70分）.

1. 下列命题是正确的，请给出証明，否则举出反例或作必要说明.（16分）

(1) 設 $f(x) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{x^2}} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$，则$f$在$x=0$处連续.

(2) 如果存在$\varepsilon_0 > 0$，对每个$n \geq 1$有$|a_n - a| < \varepsilon_0$，其中$a$为常数，則数列$\{a_n\}$一定是收斂数列.

(3) 設$b_1, b_2, \cdots b_n$为满足

$$b_1 - \frac{b_2}{3} + \cdots + (-1)^{n-1}\frac{b_n}{2n-1} = 0$$

的实数，则方程

$$b_1 \cos x + b_2 \cos 3x + \cdots + b_n \cos(2n-1)x = 0$$

在$x \in (0, \frac{\pi}{2})$内至少有一个根.

(4) 設$f'(x) = 0$，$x \in (a, b)$，則$f(x)$在(a, b)上为常函数.

2. 計算 (36分)

(1) 求極限. $\lim\limits_{x\to 0}(\cos x + x\sin x)^{\frac{1}{x^2}}$

(2) 設 $y = x^{\sin\frac{1}{x}}\cdot e^{ax}$ 求 dy.

(3) 求 $\int \frac{\ln(\sin x)}{\sin^2 x}dx$

(4) 求曲面積分: $\oint\!\!\oint_{\Sigma} x^3 dydz + y^3 dzdx + z^3 dxdy$

其中 Σ 為球面: $x^2+y^2+z^2=R^2$ 的外側.

3. $f(x)$ 在區間 I 上一致連續的充要条件是

對 I 上任意二数列 $\{x_n\}\{x_n'\}$, 只

要 $x_n - x_n' \to 0$ 就有 $f(x_n)-f(x_n')\to 0$

當 $n\to\infty$. (8分)

4. (15分)

(1) 説明級数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n-\ln n}$ 的收斂性.

(若收斂,则必須說明是絶对收斂还是条件收斂)

(2) 判别 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} x^2 e^{-nx}$ 在 $x\in(0,+\infty)$ 内一致收斂.

(3) 讨论下面反常积分的敛散性。

$$\int_2^{+\infty}\frac{dx}{x^p(\ln x)^2}$$ （p为任意实数）。

5. 若 $x_1,x_2,\cdots,x_n>0$，$x_1+x_2+\cdots+x_n=a$，求 $x_1x_2\cdots x_n$ 的最大值（要求用拉格朗日乘数法）（7分）

6. 求级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n(n+1)}$ 的收敛区间及它在收敛区间内的和函数（8分）。