复旦大学

96年招收攻读硕士学位研究生入学考试试题

报考专业：运筹学与控制论　　　　考试科目：线性规划

(共 2 页)

1. 某公司估计市场在第j月对某产品的需求量为u_j件，而目前该产品第j月的订购价格为每件d_j元（$j=1,2,\cdots,6$）对上月月底未销完的产品，仓库每件要收6元的贮存费，而且仓库贮存的限量为500件。假定第1月初和第6月底的库存量均为零，订购第j月的货物在该月月初即可到货。那末在保证需求的前提下，公司对各月应订货多少，才能使总支出费用为最小。请把此问题归结成一个线性规划模型，但不必求解。数据由下表给出：

j	1	2	3	4	5	6
u_j	500	550	500	450	400	300
d_j	80	70	80	85	70	80

（本题20分）。

2. 给定线性规划如下：

$$\max \quad 4x_1+5x_2-3x_3$$

$$\begin{aligned} \text{s.t.}\quad & x_1+x_2+x_3=10 \\ & x_1-x_2 \geq 1 \\ & 2x_1+3x_2+x_3 \leq 20 \\ & x_1\geq 0,\ x_2\geq 0,\ x_3\geq 0 \end{aligned}$$

(1) 先引进人工变量，应用两阶段法，求出此规划相应的标准形的一个基本可行解。（本小题10分）

(2) 在上面结果的基础上，继续应用两阶段法，求出此线性规划的最优解和最优值。（本小题10分）

3. 平衡运输问题

$$\min \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij}$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i \quad i=1\sim m$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j \quad j=1\sim n$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad i=1\sim m;\ j=1\sim n$$

$$\left(\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j \right)$$

c_{ij}	j=1	2	3	4	a_i
i=1	2	3	4	9	20
2	14	12	5	11	30
3	12	2	9	13	40
b_j	10	10	20	50	

具体数据给出如右：

(1)先应用西北角法求出它的一个初始基本可行解.(本小题 6分)

(2)再用位势法,计算检验数,并进行转轴,求出问题的最优解和最优值.(本小题 14分)

4. 写出下列线性规划问题的对偶问题：

$$\min \quad 2x_1+3x_2-5x_3$$

$$\begin{aligned} \text{s.t.} \quad & x_1+x_2-x_3+x_4 \geq 5 \\ & x_2+x_3+x_4 = 6 \\ & 2x_1+x_3 \leq 4 \end{aligned}$$

$x_1 \leq 0$, $x_2 \geq 0$, $x_3 \geq 0$. x_4无符号限制.

(本题10分)

5. 设 x, x^* 分别表示 $\min\{c^Tx \mid Ax=b, x\geq 0\}$ (LP)的可行解和最优解；而 u, u^* 分别表示对偶问题 $\max\{b^Tu \mid A^Tu \leq c\}$ 的可行解和最优解 (x, u, x^*, u^* 也可能不存在). 请写出有关 x、x^* 和 u、u^* 之间关系的5个结论, 不必推导. (本题 20分)

6 设 x' 为线性规划标准形 (LP) 关于基 B 的基本可行解, 经过单纯形法转轴一次后, 得 (LP) 的另一基本可行解 x'' ($x''\neq x'$). 请证明: $x'-x''\geq 0$ 必不成立. (本题 10分)