

复 旦 大 学

1997 年招收攻读硕士学位研究生入学考试试题

计算机科学理论

报考专业: 计算机软件

考试科目: 数学分析与线性代数

计算机组织与系统结构

计算机应用

(共 4 页)

线性代数.

一. 求解线性方程组 (8分)

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 6 \\ 3x_1 - 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 5 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 3 \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 = 4 \end{cases}$$

二. 求: (6分)

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}^n$$

三. 设 A 是反对称矩阵, B 是对称矩阵. 试证:(1) A^2 是对称矩阵.(2) $AB - BA$ 是对称矩阵.(3) AB 是反对称的充要条件: $AB = -BA$. (6分)四. 证明 Hermite 矩阵 A , 即 $A' = A$ 的特征值是实数, 并且它属于不同特征值的特征向量相互正交 (10分)

数学分析

一. (24分)

1. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} (x + e^x)^{\frac{2}{x}}$

2. 求导数 $y = x^{\sin(\sin(x^x))}$ 求 $\frac{dy}{dx}$

3. 设 $z = u(x, y)e^{ax+by}$, 其中 $u(x, y)$ 满足方程 $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = 0$.

试确定 a, b 使函数 z 满足方程:

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - \frac{\partial z}{\partial x} - \frac{\partial z}{\partial y} + z = 0$$

4. 求不定积分 $\int \frac{\ln(\sin x)}{\sin^2 x} dx$

5. 求值 $\int_0^{+\infty} e^{-x^2} dx$

6. 设 $y(x) = \begin{cases} 3x - \frac{x^2}{2} - 2 & 0 \leq x \leq 4 \\ 6 - x & x > 4 \end{cases}$

试问 $y(x)$ 在 $x=4$ 处导数存在吗? 并求 $y(x)$ 的最大值.

二. (20分)

1. 严格表达定义 $\lim_{x \rightarrow -0} f(x) = +\infty$

2. 如果任意項級數 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 和 $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$ 都收斂, 且成立 $u_n \leq w_n \leq v_n, n \geq 1$. 則 $\sum_{n=1}^{\infty} w_n$ 收斂.
3. 設函數列 $\{f_n(x)\}, x \in (-\infty, +\infty)$, 其中每個函數 f_n 點點不連續, 那麼 $\{f_n(x)\}$ 一定不一致收斂於某個連續函數嗎? (如果肯定的, 請說明理由; 如果不一定的, 請舉例說明.)
4. 若 $f(x)$ 在 $[a, +\infty)$ 上連續, 且 $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - bx] = 0$. (其中 b 是常數), 則 $f(x)$ 在 $[a, +\infty)$ 上一致連續.

三, (26 分)

1. 判別下面正項級數收斂和發散.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} (\sqrt{n^2+n+1} - \sqrt{n^2-n+1})$$

2. 說明下面級數的條件收斂和絕對收斂.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n^2+3n-2)^x}, \quad (x > 0)$$

3. 说明反常积分 $\int_0^{+\infty} \frac{\sqrt{x} \cos x}{x+100} dx$ 的绝对收敛和条件收敛.

4. 当 α 取何值时, 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nx}{n^\alpha}$ 在 $x \neq 2k\pi$ (k 是整数) 处有 $=$ 阶连续导数; 又当 α 为何值时, 上述级数在 $(-\infty, +\infty)$ 内有 $=$ 阶连续导数.