

复旦大学

1998年招收攻读硕士学位研究生入学考试试题

报考专业：数量经济学
管理科学
管理信息系统

考试科目：管理科学导论（运筹学）

(共 4 页)

1. (12分) 下表为用单纯形法计算时某一步的表格。已知该线性规划的目标函数为 $\max z = 5x_1 + 3x_2$, 约束条件皆为“ \leq ”型, x_3, x_4 为松弛变量, 表中解的目标函数值为 10.

	x_1	x_2	x_3	x_4
x_3 2	c	0	1	$\frac{1}{5}$
x_1 a	d	e	0	1
$b_j - \beta_j$	b	-1	f	g

(1) 求 a, b, c, d, e, f, g 的值.

(2) 表中给出解是否最优解.

2. (20分) 判断下列说法是否正确:

(1). 任何线性规划问题存在并具有唯一的对偶问题;

(2). 对偶问题的对偶问题一定是原问题;

(3). 根据对偶问题的性质, 当原问题为无界解时, 其对偶问题无可行解。反之, 当对偶问题无可行解时, 其原问题具有无界解;

(4). 设 \hat{x}_j, \hat{y}_i 分别为标准形式的原问题与对偶问题的可行解, x_j^*, y_i^* 分别为其最优解, 则恒有

$$\sum_{j=1}^n c_j \hat{x}_j \leq \sum_{j=1}^n c_j x_j^* = \sum_{i=1}^m b_i y_i^* \leq \sum_{i=1}^m b_i \hat{y}_i$$

(5). 若线性规划的原问题有无穷多最优解, 则其对偶问题也一定具有无穷多最优解;

(6). 已知 y_i^* 为线性规划的对偶问题的最优解, 若 $y_i^* > 0$, 说明在最优生产计划中第 i 种资源已完全耗尽;

(7). 已知 y_i^* 为线性规划的对偶问题的最优解, 若 $y_i^* = 0$, 说明在最优生产计划中第 i 种资源一定有剩余;

(8). 若某种资源的影子价格等于 k , 在其它条件不变的情况下, 当该种资源增加 5 个单位时, 相应的目标函数值将增大 $5k$;

(9). 应用对偶单纯形法计算时, 若单纯形表中某一基变量 $x_i < 0$, 又 x_i 所在行的元素全部非负, 则可以判断其对偶问题具有无界解;

(10). 在线性规划问题的最优解中, 如某一变量 x_j 为非基变量, 则在原问题中, 无论是改变它在目标函数中的系数 C_j , 还是改变右端项中的相应系数 a_{ij} , 反映到最终单纯形表中, 除该行数字有变化外, 其它行数字不会有任何变化.

3. (14分) 一个小型的无线电广播电台考虑如何最好地安排音乐、新闻和商业节目时间。政府规定, 该台每天允许广播 12 小时。商业节目每分钟可收入 250 美元, 新闻节目每分钟支出 40 美元, 音乐节目每分钟支出 17.50 美元。政府规定, 正常情况下商业节目只能占广播时间的 20%, 每小时至少安排 5 分钟新闻节目。问每天的广播节目该如何安排?

优先级如下:

P_1 : 满足政府规定要求;

P_2 : 每天的纯收入最大。

试建立问题的目标规划模型。

4. (12分) 拟从 n 种仪器中选择若干种装入科学实验卫星, 仪器 A_i 的体积 V_i 、重量 W_i 、实验价值 C_i ($i=1, 2, \dots, 7$) 均已知。要求:

(1) 装入卫星的仪器总体积不超过 V , 总重量不超过 W ;

(2) A_1 和 A_2 中最多安装一种;

(3) A_2 和 A_4 中至少安装一种;

(4) A_5 和 A_6 或者都装上, 或者都不安装。

总的目的是使装上仪器的卫星能发挥最大的实验价值。试建立该问题的数学模型。

5. (14分) 某工厂有 100 台机器, 准备生产 A, B 两种产品。若生产 A 产品, 每台机器每年可收入 45 万元, 机器损坏率为 65%; 若生产 B 产品, 每台机器每年收入 35 万元, 机器损坏率为 35%。估计三年后将有新机器出现, 旧的机器将全部淘汰。试问每年应如何安排生产, 使在三年内总收入最大? (用动态规划方法, 要求列出解题过程)。

6. (14分) 某到某餐厅的顾客流服从普阿松分布, 平均每小时 20 人。餐厅于上午 11:00 开始营业。求:

(1) 当上午 11:07 有 18 名顾客在餐厅时, 于 11:12 恰有 20 名顾客的概率 (假定该时间区间内无顾客离去);

(2) 前一名顾客于 11:25 到达, 下一名顾客在

11:28 至 11:30 之间到达的概率。

7. (14分) A, B 两人各有 1 角、5 分和 1 分的硬币各一枚。双方各出一枚硬币。当硬币面值之和为奇数时, A 赢得 B 所出硬币; 当硬币面值之和为偶数时, B 赢得 A 所出硬币。试据此列出二人零和对策模型, 求解并说明该项游戏是否公平合理。