复旦大学

1998年招收攻读硕士学位研究生入学考试试题

报考专业：运筹学与控制论　　　　考试科目：线性规划

(共 4 页)

1. 某加工厂获得一份加工生产合同，要求在一周内加工生产1#、2#、3#三种产品。此三种产品的总数为65,000只，但是要求1#、2#产品数量之和不得少于40,000只。工厂现有1#、2#两种设备均可用于加工这三种产品，而且还知道下列信息：

加工时间(分钟/只)	1#产品	2#产品	3#产品	可用总工时(分钟/周)
1#设备	20	10	30	600,000
2#设备	20	30	30	800,000
加工费(元/只)	16	12	21	

工厂为完成合同，应如何进行加工，才能获得最大的加工费。把此问题归结为一个线性规划模型，但不要求解。（本题20分）

2. 给定线性规划如下：

$$\max \ 3x_1 - x_2 - x_3$$

$$\text{s.t.} \quad x_1 - 2x_2 + x_3 \le 11 \qquad -4x_1 + x_2 + 2x_3 \ge 3$$

$$2x_1 - x_3 = -1 \qquad x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0,\ x_3 \ge 0$$

(1) 先应用两阶段法求出此线性规划相应的标准形(LP)的初始基本可行解。(本小题10分)

(2) 在上述结果的基础上继续求出给定线性规划的最优解和最优值.(本小题10分)

3, 给定线性规划如下:

$$\min \ 2x_1$$

$$\text{s.t.} \quad -x_1 + x_4 = -3$$

$$-x_1 + x_2 + 2x_5 = -1$$

$$2x_1 + x_3 + x_5 = 7$$

$$x_j \geq 0 \quad j = 1 \sim 5$$

(1) 以 x_4, x_2, x_3 为初始基本变量应用对偶单纯形法求它的最优解和最优值.(本小题10分)

(2) 此线性规划的最优解是否唯一?若不唯一,请写出它的全部最优解的表达式。(本小题10分)

4, 平衡运输问题($\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j$)的具体数据如下:

$$\min \quad z = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij}$$

$$\text{s.t} \quad \sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j \quad j = 1 \sim n$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i \quad i = 1 \sim m$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad i = 1 \sim m, j = 1 \sim n$$

C_{ij}	$j=1$	2	3	4	a_i
$i=1$	3	4	6	9	5
2	2	4	1	2	2
3	4	5	8	9	3
b_j	3	3	2	2	

(1) 先应用最小元素法求出它的一个初始基本可行解及其目标值。(本小题10分)

(2) 再由上述初始基本可行解出发应用位势法计算检验数,并进行转轴,求出最优解和最优值。(本小题10分)

5, 若应用两阶段法求解下列线性规划,最后已得到最优基B的单纯形表T(B):

$$\min \quad 3x_1 - 12x_2 + 5x_3 + 23x_4 - 9x_5$$

$$\text{s.t.} \quad x_1 - x_2 + x_4 - 2x_5 = 1$$

$$x_2 - 2x_4 + 2x_5 = 4$$

$$-x_2 + x_3 + 2x_4 + x_5 = 6$$

$$x_j \geq 0 \qquad j = 1 \sim 5$$

T(B)

X_B	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	$\bar{b}$
x_1	1	0	0	-1	0	5
x_5	0	1/2	0	-1	1	2
x_3	0	-3/2	1	3	0	4
r	0	0	0	2	0	-17

(1) 指出最优基B.（本小题5分）

(2) 给出B^{-1}.（本小题5分）

(3) 给出此线性规划的影子价格向量.

（本小题5分）

(4) 如果目标函数中x_j之系数C_j $(j=1\sim5)$和约束方程组中第一和第三个方程之右端项b_1, b_3之值均保持不变，则第二个方程之右端项b_2在什么范围内取值，均可保持此线性规划的对偶问题之最优解不变。（本小题5分）