

1999年复旦大学离散数学试题

考研加油站收集整理 <http://www.kaoyan.com>

1999年复旦大学离散数学试题

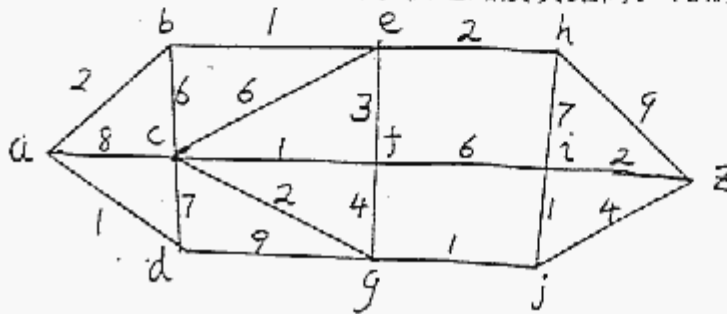
I 离散数学

一、判断下列结论是否正确，并说明理由。(20%，每小题5分)

1. 设A和B为集合，若存在A到B的满射函数，则 $|B| \leq |A|$ 。
2. 设A是一个集合，R是A的幂集 $P(A)$ 上的二元关系，对所有 $S, T \in P(A)$, $(S, T) \in R$ ，当且仅当 $|S| \leq |T|$ ，则R是偏序关系。
3. 设平面图 G_1 与 G_2 同构， G_1' 与 G_2' 分别为 G_1, G_2 的几何对偶，则 G_1' 与 G_2' 一定同构。
4. 设C为连通简单图G的回路，若删去C中任一边后所得到的路C'为G中的最长路，则C是图G的哈密顿回路。

二、一个人步行了11小时，共走了45公里，已知他第一小时走6公里，而最后一小时只走了3公里，用鸽笼原理证明：一定存在连续3个小时，使得在这3个小时内至少走了12公里。(6%)

三、求下图 a 到 z 的最小权通路及其距离。(8%)



四、设 $S = \{1, 2, \dots, n\}$, S 上的置换全体构成的群称为 n 次对称群, 记为 S_n . G 是关于 $n, n-1$ 固定不变的 S 上置换全体构成的 S_n 的子群.

1. G 是否为正规子群? 为什么?
2. 求 S_n 关于 G 的不同右陪集个数, 并说明理由. (8%, 每小题 4 分)

五、设 $[A; +, *]$ 和 $[B; +, *]$ 为环 $[R; +, *]$ 的子环, $A+B = \{a+b \mid a \in A, b \in B\}$.

1. $[A+B; +, *]$ 是否为环 $[R; +, *]$ 的子环? 说明理由.
2. $[A; +, *]$ 和 $[B; +, *]$ 为环 $[R; +, *]$ 的理想, $[A+B; +, *]$ 是否为环 $[R; +, *]$ 的理想? 说明理由. 其中 $[A; +, *]$ 为环 $[R; +, *]$ 的理想是指: $[A; +, *]$ 为环 $[R; +, *]$ 的子环, 并且对 $\forall a \in A$, 和 $\forall r \in R$, 有 $a*r \in A$ 和 $r*a \in A$.

(9%, 第一小题 4 分, 第二小题 5 分)

六、求命题合式公式 $(x_1 \rightarrow (x_2 \vee x_3)) \wedge (\neg x_1 \vee (x_2 \leftrightarrow x_3))$ 的标准析取范式和标准合取范式. (8%)

七、语义蕴含 $A \models p$ 是指: 对使得 A 中每个公式都有效的任意一个解释域 U 和项解释 φ , 必定使得 p 有效. 判断下述结论是否正确, 并用解释赋值的方式说明理由. (8%, 每一小题 4 分)

1. $\{p(x)\} \models \forall x p(x)$
2. $\{\forall x(p(x) \rightarrow q(x))\} \models \forall x p(x) \rightarrow \forall x q(x)$

II 算法

八、对快速排序算法作平均复杂度分析. (11%)

九、如果已知 SAT 问题是 NP-C 的, 证明: 3SAT 问题也是 NP-C 的. (11%)

十、分析两个多项式相乘的计算复杂度. (11%)