

1999 年复旦大学数学分析试题

考研加油站收集整理 <http://www.kaoyan.com>

1999 年复旦大学数学分析试题

1. 求曲线 $y = \ln(1-x^2)$, $0 \leq x \leq \frac{1}{2}$
 的弧长. (10分)

2. 比较 π^e 与 e^π 的大小, 并
 说明理由. (10分)

3. 求极限

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdots (2n)}. \quad (10分)$$

4. 通过代换 $u = x - 2\sqrt{y}$, $v = x + 2\sqrt{y}$,
 变换方程

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - y \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \frac{1}{2} \frac{\partial z}{\partial y} \quad (y > 0). \quad (15分)$$

5. 在曲面 $x^2 + y^2 + \frac{z^2}{4} = 1$ ($x > 0, y > 0, z > 0$)
上求一点, 使过该点的切平面在三坐标
轴上的截距平方和最小. (15分)

6. 计算第二类曲面积分

$$\iint_S x^2 dy dz + y^2 dz dx + z^2 dx dy.$$

S 是曲面 $z = x^2 + y^2$ 夹于 $z = 0$ 与 $z = 1$ 之间
的部分, 积分沿曲面的下侧. (15分)

7. 讨论函数序列 $\{f_n(x)\}$, $f_n(x) = nx e^{-nx}$,
在下列区间上的一致收敛性:

(1) $[0, 1]$, (2) $[1, +\infty)$. (15分)

8. 设 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 连续, 证明:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 \frac{n}{1+n^2 x^2} f(x) dx = \frac{\pi}{2} f(0). \quad (10分)$$