

1999年复旦大学应用概率统计试题

考研加油站收集整理 <http://www.kaoyan.com>

1999年复旦大学应用概率统计试题

一. 设随机变量 X 在区间 $[2, 9]$ 上服从均匀分布, 求方程 $4y^2 + 4Xy + X + 12 = 0$ 有实根 y 的概率.
(10分)

二. 假设打一次电话所用的时间(单位:分钟)服从 $\lambda = \frac{1}{12}$ 的指数分布, 如果某人恰巧先于你走进公用电话亭, 且立即通话, 试问:
1. 你将等候多少时间才能使用该电话?
2. 你等候的时间超过期望等候时间的概率是多少?
(15分)

三. 设随机变量 X 的密度函数为

$$p(x) = \begin{cases} \frac{x^n}{n!} e^{-x} & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

其中 n 为正整数, 试利用切比雪夫不等式

$$\text{估计 } P(0 < X < 2(n+1))$$

(15分)

四. 设 X_1, X_2, X_3, X_4 为总体 X 的样本, 试证

明统计量

$$T_1 = \frac{1}{4} X_1 + \frac{1}{4} X_2 + \frac{1}{4} X_3 + \frac{1}{4} X_4,$$

$$T_2 = \frac{1}{5} X_1 + \frac{1}{5} X_2 + \frac{1}{5} X_3 + \frac{2}{5} X_4$$

都是总体均值 $E(X)$ 的无偏估计量, 并指

出哪一个更有效, 为什么?

(15分)

五. 设甲、乙两种导线的电阻相互独立且分别服从 $N(\mu_1, 2.01^2)$, $N(\mu_2, 2.14^2)$, 今从甲、乙两种导线中分别随机抽取 96 根、98 根, 测得电阻的样本平均值分别为 $\bar{x} = 8.86$, $\bar{y} = 9.87$, 问这两种导线的电阻有无显著差异 (取 $\alpha = 0.05$, $Z_{1-\frac{\alpha}{2}} = 1.96$)

(10分)

kaoyan.com

六. 求二维正态随机变量 (X, Y) 关于 X 和关于 Y 的边缘分布密度函数, 并证明对二维正态随机变量 (X, Y) , X 和 Y 相互独立的充要条件是 $r = 0$.

(15分)

七. 设随机变量 X 服从以 n, p 为参数的二项分布, 证明, 当 k 从 0 变到 n 时, 存在正整数 k_0 , 使 $P(X = k_0)$ 的值最大, 且有

$$np + p - 1 \leq k_0 \leq np + p$$

(20分)

