

复 旦 大 学

2001 年招收攻读硕士学位研究生入学考试试题

报考专业：计算机系统结构
 计算机软件与理论
 计算机应用技术

考试科目：数学分析与线性代数

(共 3 页)

线性代数部分

1. 计算下列行列式：(8 分)

$$\begin{vmatrix} a_1 & x & x & \cdots & x \\ x & a_2 & x & \cdots & x \\ x & x & a_3 & \cdots & x \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ x & x & x & \cdots & a_n \end{vmatrix} \quad \begin{matrix} x = a_i \\ (i = 1, 2, \dots, n) \end{matrix}$$

2. 讨论 a, b , 并给出线性方程组的解：(7 分)

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ 2x_1 + (a-2)x_2 - (b-2)x_3 = 3 \\ -3ax_2 + (a+2b)x_3 = -3 \end{cases}$$

3. 证明 (8 分)

(1) 若 $A^2 = E$, 则 A 的特征值只能为 ± 1

(2) 若 $A^2 = E$, 且 A 的特征值都等于 1, 则 $A = E$

4. 设 n 阶非零方阵 A 的伴随矩阵为 A^* , 且 $A^* = A^T$

求证 $|A| \neq 0$ (7 分)

数学分析部分

(一) (20分)

1. 严格表达下列概念

(1) 函数项级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n(x)$ 在其定义区间 $[a, b]$ 上是

(点态) 收敛的, 但不是一致收敛。

(2) 二元函数 $z = f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 是可微的。

2. 判断下列命题是否正确。如果正确, 请给出严格证明; 否则请举出反例, 并作必要说明。

(1) 若定义在 $[a, b]$ 上的函数 $y = f(x)$ 在 (a, b) 上连续, 且有 $f(a) \cdot f(b) < 0$, 则必有 $\xi \in (a, b)$, 使 $f(\xi) = 0$ 。

(2) 若 $f(x)$ 是连续的奇函数, $F(x)$ 是它的原函数, 则 $F(x)$ 一定是偶函数。

(3) 二元函数 $z = f(x, y)$ 在其定义域中任一点的两个偏导数一定同时存在, 或者同时不存在。

(4) 函数项级数 $u(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \sin(x/2^n)$ 在其定义区间 $[-1, 1]$ 上是连续函数。

(二) (30分)

1. 假定数列 $\{x_n\}$ 可用下列递归方式定义: $x_1 = \sqrt{6}$, $x_n = \sqrt{x_{n-1} + 6}$ $n=2,3,\dots$, 请计算: $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$.
2. 请计算: $\lim_{x \rightarrow 1} \{ (\sin(\pi x/2) + e^{2x}) / x \}$.
3. 若 $y = y(x)$ 是由函数方程 $y - x - \varepsilon \cdot \sin(y) = 0$ ($0 < \varepsilon < 1$) 所规定的隐函数, 请计算 y' 和 y'' .
4. 假定平面 π 的方程为 $Ax + By + Cz + D = 0$, 空间中点 $P_0 = (a, b, c)$, 请计算 P_0 到平面 π 的最短距离 d .
5. 请计算由抛物线 $(x+y)^2 = ax$ ($a > 0$) 和 x 轴所围成的平面区域 D 的面积 S .
6. 请计算三重积分: $\int \int \int_D (x \cdot y^2 \cdot z^3) dx dy dz$, 其中积分区域 D 是由曲面 $z = xy$ 和平面 $y = x$, $z = 0$, 以及 $x = 1$ 所围成的.

(三) (20分)

1. 讨论级数 $\sum_{n=1}^{\infty} ((\pi/n) - \sin(\pi/n))^p$ 的敛散性.
2. 讨论反常积分 $\int_e^{\infty} (x^p \cdot (\ln x)^q \cdot (\ln \ln x)^r)^{-1} dx$ 的敛散性, 其中 p, q, r 均大于零.
3. 确定幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} [(n^3 x^n) / (n^4 + 16)]$ 收敛点全体构成的收敛区间.
4. 已知 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$, 请证明 $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sum_{i=1}^n x_i / n) = a$.