# 复旦大学

## 2002年招收攻读硕士学位研究生入学考试试题

报考专业：计算机系统结构
计算机软件与理论
计算机应用技术

考试科目：数学分析与线性代数

**注意：答案请做在答卷纸上，做试题上一律无效**

（共 3 页）

## 线性代数部分

1. 计算下列行列式的值：（7分）

$$\begin{vmatrix} 9 & 5 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 9 & 5 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 9 & 5 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ & \cdots & & \cdots & \cdots & & \cdots & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 4 & 9 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 4 & 9 \end{vmatrix}$$

2. 证明题（8分）

（1）设 A 是 n 阶矩阵，n 是奇数，并且 $A\cdot A^T=E$，$|A|=1$
证明：E-A 是不可逆矩阵（E 为 n 阶单位矩阵）

（2）设 $A^2=B^2=E$，并且 $|A|+|B|=0$
证明：A+B 是不可逆矩阵（E 为 n 阶单位矩阵）

3. 求下列矩阵的特征值和特征向量（n 为正整数）（7分）

$$\begin{pmatrix} 17 & -6 \\ 35 & -12 \end{pmatrix}^n$$

4. 设 n 阶方阵 A 是可逆矩阵，证明它的逆矩阵 $A^{-1}$ 和伴随矩阵 $A^*$ 都可以表示为 A 的多项式（8分）

# 数学分析部分

（一）

1．严格表达下列概念（共8分，每小题4分）。

(1) 数$\beta$是有下界的数集A的下确界：$\beta = \inf A$

(2)函数 $y = f(x)$ 在区间（a，b）是一致连续的。

2．判断下列命题是否正确。如果正确，请证明之；否则，请举例，并作必要说明（共16分，每小题4分）。

(1) 凡是周期偶函数一定有最小的正周期。

(2) 函数 $y = (1/x)$ 在区间（0，1）是 一致连续的。

(3) 若$\{a_n\}$是任一实数数列，满足：$\lim\limits_{n\to\infty}|a_{n+1}-a_n|=0$，那么$\{a_n\}$一定是基本数列。

(4)若二元函数 $z = f(x,y)$ 的两个偏导函数在其定义域中同时存在且有界，那么 $f(x,y)$ 一定是二元连续函数。

（二）（共30分，其中前三题每题4分，后三题每题6分）

1．请计算：$\lim\limits_{x\to 0}(\cos x)^{(4/x\wedge 2)}$（注意：x^2是x的平方）

2．若 f( x ) 是连续函数，且满足：

$\int_0^{(x\wedge 3-1)} f(t)\,dt = x$，请计算：f(26)。

3．请计算不定积分：$\int \sin(\ln x)\,dx$。



273

4. 请将直角坐标系下坐标分量 x, y 所满足的常微分方程组：

$$\begin{cases} dx/dt = y + kx(x^2+y^2) \\ dy/dt = -x + ky(x^2+y^2) \end{cases}$$

变换成极坐标系下坐标分量 r, θ 所满足的相应方程组。

5. 请利用拉格朗日乘数法求目标函数 $f(x, y, z) = x^m y^n z^p$ 在约束条件为：$x + y + z = 1$ 限制下的最大值(其中，x, y, z, m, n, p 均是大于零的实数)。

6. 假定 D 是三维空间中的一个有界闭区域：

$$D = \{ (x, y, z) \mid x \ge 0, y \ge 0, z \ge 0, x^2 + y^2 \le a^2, x^2 + z^2 \le a^2 \}$$

请计算 D 的边界面的总面积 S 和 D 的体积 V。

（三）（共 16 分，其中 (1) 是 4 分，(2) 和 (3) 各是 6 分）

1. 讨论反常积分 $\int_0^\infty (x^{(p-2)} / (1 + x^3))\,dx$ 的敛散性。

2. 讨论以下两个级数的敛散性：

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} \left( (1/\sqrt{n^2+1}) + \dots + (1/\sqrt{n^2+n}) \right)$

(b) $\sum_{n=1}^{\infty} (\cos(nx_0)/(n^p))$，其中 $x_0 \in (0, \pi)$

3. 将 $\frac{d}{dx}((e^x - 1)/x)$ 展开成 x 的幂级数，并由此求数项级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (n/(n+1)!)$ 的和