控制原理 06年真题及答案

8. 设系统 1 和系统 2 的状态空间表达式分别为

系统 1：$\dot{\zeta}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -3 & -4\end{bmatrix}\zeta+\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}u_1 \quad y_1=\begin{bmatrix}-2 & 1\end{bmatrix}\zeta$

系统 2：$\dot{\eta}=2\eta+u_2 \qquad y_2=\eta$

（1）以 $y_2=u_1$ 的形式把系统 1 和系统 2 串联起来，求串联后系统的状态空间表达式，其中状态变量选为：$x=[\zeta^T \quad \eta]^T$。

（2）判断串联后系统的可控性、可观测性。

9. 系统的传递函数为

$$\frac{Y(s)}{U(s)}=\frac{1}{s(s+1)(s+2)}$$

（1）试确定状态反馈矩阵 K，要求将系统的极点配置在 $s_1=-2, s_{2,3}=-1\pm j1$ 的位置上。

（2）画出具有状态反馈的系统的状态变量图。

10. 设 n 阶线性定常系统为

$$\dot{x}=Ax+Bu, \qquad y=Cx$$

其中：$x\in\mathbf{R}^n, u\in\mathbf{R}^r, y\in\mathbf{R}^m$。试证明：若存在标量 λ 及不为零的列向量 $P\neq 0$，满足

$$AP=\lambda P$$
$$CP=0$$

则系统不是状态完全可观测的。

A.4.4 哈尔滨工业大学 2006 年考研试题

1. 控制系统如图 A-48 所示，其中 $N(s)$ 为扰动信号，K_1 为常数。

（1）能否通过选取合适的 $K(s)$ 使扰动信号 $N(s)$ 不对输出 $C(s)$ 产生影响？若能，求出 $K(s)$；若不能，简述理由。

（2）如果闭环系统不稳定，能否选取合适的 $K(s)$ 使系统稳定？若能，给出使系统稳定的 $K(s)$。若不能，简述理由。

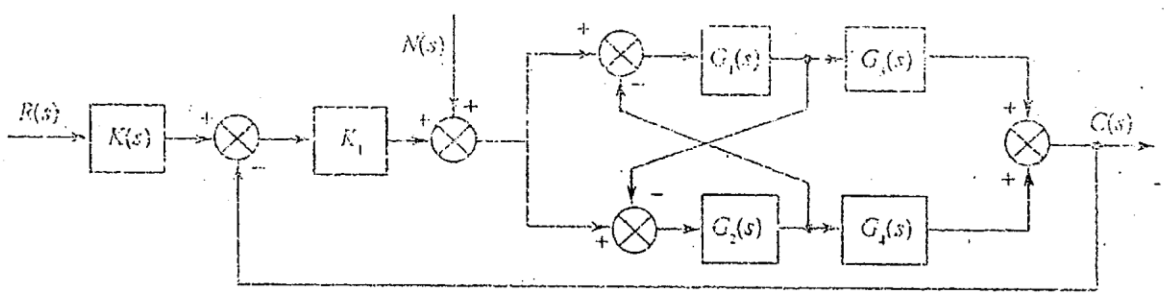

图 A-48 控制系统

2. 单位负反馈系统的开环传递函数为

$$G(s)=\frac{a_0s^3+a_1s^2+a_2s+a_3}{\cdots}$$

3. 控制系统如图 A-49 所示。

(1) 取 $K_2=0.5$，绘制 $0\leqslant K_1<\infty$ 的根轨迹的大致图形。

(2) 欲使系统闭环主导极点为 $-1\pm j2$，求 K_1、K_2 的值。

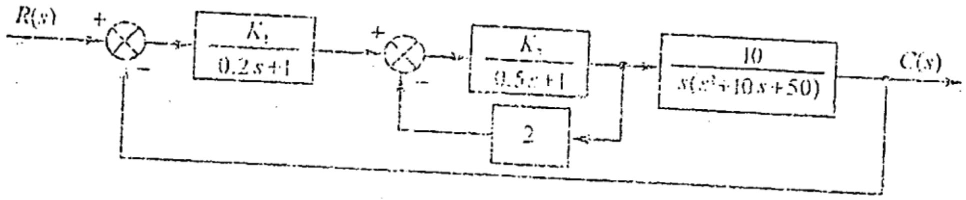

图 A-49 控制系统

4. 控制系统如图 A-50 所示，其中 n 为正整数。

(1) 设 $G_c(s)=K, K>1$，求系统的剪切频率 ω_c 与 K 和 n 的关系式。

(2) 设 $G_c(s)=K$，求使系统稳定的 K 的取值范围。

(3) 若 $G_c(s)=\dfrac{K}{s}$，与(1)相比，系统的剪切频率 ω_c 是增加还是减小，为什么？

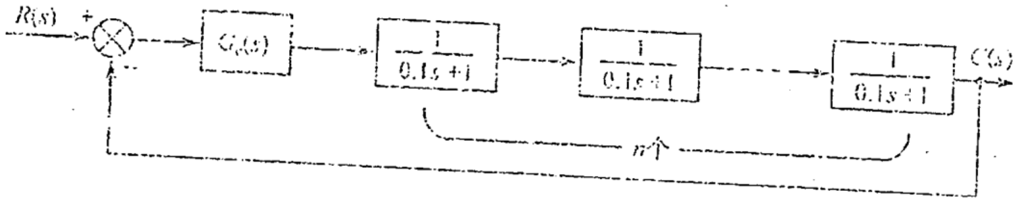

图 A-50 控制系统

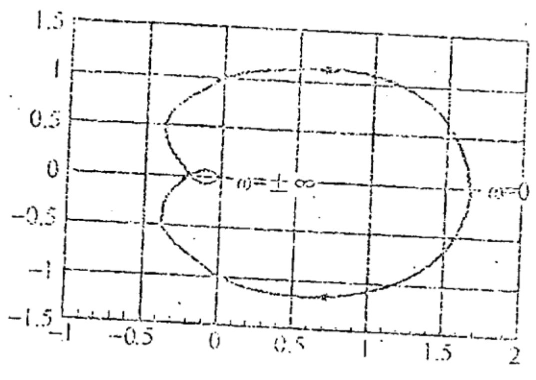

图 A-51 奈奎斯特图

5. 单位负反馈最小相位系统开环频率响应的奈奎斯特图如图 A-51 所示。判断或计算(数据可由图 A-51 读出)如下问题。

(1) 判断系统是 0 型系统、I 型系统还是 II 型系统。

(2) 求系统的开环增益 K。

(3) 求系统的相角裕度 γ。

(4) 求系统的幅值裕度。

(5) 求使系统临界稳定的开环增益 K 的值。

6. 非线性系统如图 A-52 所示。要使系统不产生振荡，试用描述函数法确定参数 a、b 和 d 应满足的条件。

$$\left(\text{饱和特性的描述函数：}N(A)=\frac{2b}{a\pi}\left[\arcsin\frac{a}{A}+\frac{a}{A}\sqrt{1-\left(\frac{a}{A}\right)^2}\right]\right)$$

(继电特性的描述函数：$N(A)=\frac{4d}{\pi A}\sqrt{1-\left(\frac{b}{A}\right)^2}$)

7. 控制系统如图 A-53 所示，其中 $G_c(s)$ 为校正环节。

(1) 若用计算机实现校正环节 $G_c(s)$，画出采样系统的方框图。

(2) 若采样周期 $T=1\text{s}$，求使采样系统稳定的 K 的取值范围。

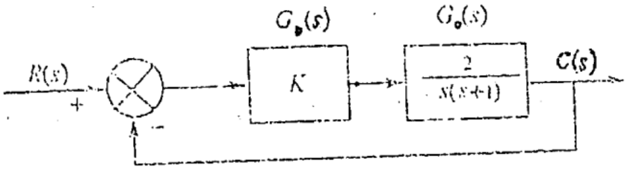

图 A-53 控制系统

(已知：$Z\left(\frac{1}{s^2}\right)=\frac{Tz}{(z-1)^2}$，$Z\left(\frac{1}{s}\right)=\frac{z}{z-1}$，$Z\left(\frac{1}{s+a}\right)=\frac{z}{z-e^{-aT}}$)

8. 系统如图 A-54 所示，其中 α_1、α_2、α_3 为状态反馈系数。

(1) 写出对象的状态方程。

(2) 若要求闭环系统的极点为 −1、−2、−3，求 α_1、α_2、α_3。

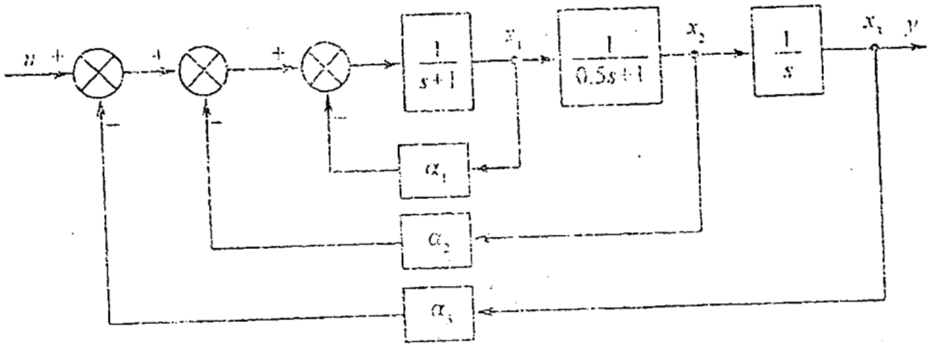

图 A-54 系统框图

9. 控制系统 A 如图 A-55 所示，控制系统 B 如图 A-56 所示。

(1) 分别求系统 A、系统 B 的 u 到 y 的传递函数。

(2) 判断系统 A 和系统 B 的可控性和可观测性(列出判断过程)，并对判断结果进行比较和解释。

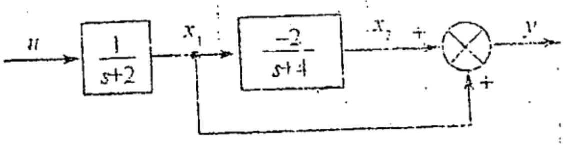

图 A-55 控制系统 A

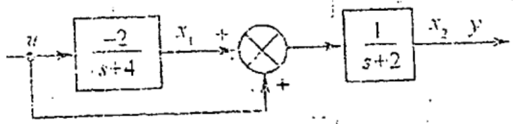

图 A-56 控制系统 B

10. n 阶线性定常系统的状态方程和输出方程为

$$x = Ax + Bu \ ; \ y = Cx$$

若用 $x=Pz$ 对系统进行线性变换，对下面两个问题进行分析(要求给出分析过程)。

$$|sI-(A-BK)|=\begin{bmatrix} s & -1 & 0 \\ 0 & s & -1 \\ k_1 & 2+k_2 & s+3+k_3 \end{bmatrix}$$
$$=s^3+(3+k_3)s^2+(2+k_2)s+k_1$$

希望的特征多项式是

$$(s+1-\mathrm{j})(s+1+\mathrm{j})(s+2)=s^3+4s^2+6s+4$$
$$k_1=4,\quad k_2=4,\quad k_3=1$$
$$K=[4\quad 4\quad 1]$$

状态变量图见图 B-70。

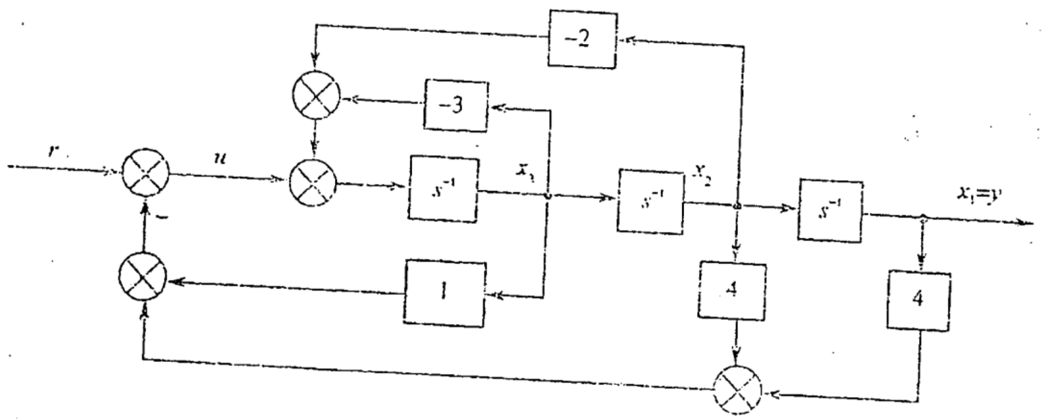

图 B-70　状态变量图

名师提示　$A-BK$ 的特征值是规定值。

10.
$$CP=0,\quad CAP=C\lambda P=\lambda CP=0$$
$$CA^2P=CAAP=CA\lambda P=\lambda CAP=\lambda^2 CP=0,\cdots,CA^{n-1}P=\lambda^{n-1}CP=0$$
$$\begin{bmatrix} CP \\ CAP \\ \vdots \\ CA^{n-1}P \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix}P=Q_gP=0,\quad \mathrm{rank}(Q_gP)=0$$
$$\mathrm{rank}Q_g+\mathrm{rank}P\leqslant n+\mathrm{rank}(Q_gP)=n,\quad 1\leqslant \mathrm{rank}P$$
$$\Rightarrow \mathrm{rank}Q_g+1\leqslant \mathrm{rank}Q_g+\mathrm{rank}P\leqslant n\Rightarrow \mathrm{rank}Q_g\leqslant n-1$$
$$\Rightarrow \mathrm{rank}Q_g<n,$$ 系统不可观测

哈尔滨工业大学 2006 年考研试题

1. (1)不能。将框图变换成图 B-71。由图知

$$\frac{C(s)}{N(s)}=\frac{G_0(s)}{}$$

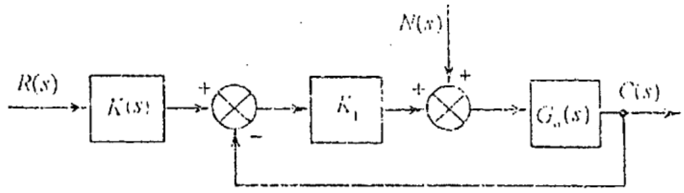

图 B-71　图 A-48的变换图

(2)不能。系统特征方程是 $1+K_1G_0(s)=0$，与 $K(s)$无关。

2.(1)
$$G(s)=\frac{1}{s^3+8s^2+15s+12}$$

特征方程为

$$s^3+8s^2+15s+13=0$$

设 $s=z-1$，特征方程化为

$$(z-1)^3+8(z-1)^2+15(z-1)+13=0\Rightarrow z^3+5z^2+2z+5=0$$

劳思表如下：

$$\begin{array}{cc} 1 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \\ 5 & \end{array}$$

$$\mathrm{Re}s+1<0\Rightarrow \mathrm{Re}s<-1$$

(2)分母实部为负，只要分子实部为负，就是最小相位系统。分子多项式劳思表如下：

$$\begin{array}{cc} a_0 & a_2 \\ a_1 & a_3 \\ a_1a_2-a_0a_3 & \\ a_3 & \end{array}$$

$$a_0>0,\quad a_1>0,\quad a_3>0,\quad a_1a_2-a_0a_3>0$$

3.(1)$K_2=0.5$ 时，副回路闭环传递函数为

$$G_1(s)=\frac{1}{s+4}$$

系统开环传递函数为

$$G(s)=\frac{50K_1}{s(s+4)(s+5)(s^2+10s+50)}$$

5 支根轨迹起始于 $0,-4,-5,-5\pm5j$，终止于无穷远。渐近线与实轴交点为

$$\sigma_a=\frac{-5-4-5-5}{5}=-3.8$$

渐近线与实轴交角为$\frac{\pi}{5},\frac{3\pi}{5},\frac{5\pi}{5},\frac{7\pi}{5},\frac{9\pi}{5}$。

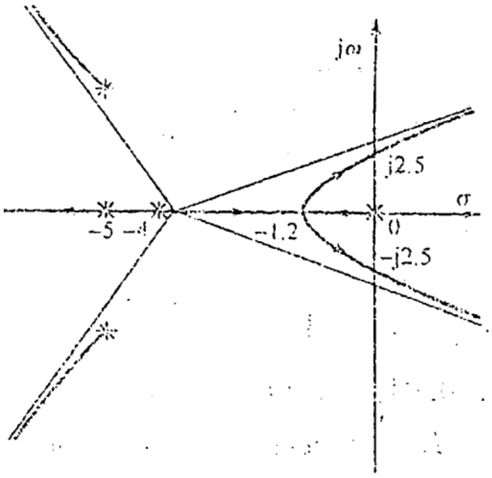

图 B-72　根轨迹

系统开环传递函数为

$$G(s)=\frac{100K_1K_2}{s(s+5)(s+2+4K_2)(s^2+10s+50)}$$

由要求的闭环主导极点知

$$(s+1-j2)(s+1+j2)=s^2+2s+5$$

设

$$s_1=-1+j2\Rightarrow s_1^2+2s_1+5=0\Rightarrow s_1^2=-2s_1-5$$

$$G(s_1)=-1\Rightarrow\frac{100K_1K_2}{s_1(s_1+5)(s_1+2+4K_2)(s_1^2+10s_1+50)}=\frac{100K_1K_2}{D(s)}=-1$$

$$\begin{aligned}D(s)&=(s_1^2+5s_1)(s_1+2+4K_2)(8s_1+45)=(3s_1-5)(8s_1+45)(s_1+2+4K_2)\\&=(24s_1^2+95s_1-225)(s_1+2+4K_2)=(47s_1-345)(s_1+2+4K_2)\\&=47s_1^2+(94+188K_2-345)s_1-345(2+4K_2)\\&=-94s_1-235+(94+188K_2-345)s_1-345(2+4K_2)\\&=(188K_2-345)s_1-925-1380K_2\end{aligned}$$

$$188K_2-345=0\Rightarrow K_2=1.835$$

$$100K_1K_2=925+1380K_2\Rightarrow K_1=\frac{9.25}{K_2}+13.8=\frac{9.25}{1.835}+13.8=18.84$$

4.(1)
$$G(s)=\frac{K}{(0.1s+1)^n}$$

$$|G(j\omega_c)|=\frac{K}{(0.01\omega_c^2+1)^{\frac{n}{2}}}=1\Rightarrow(0.01\omega_c^2+1)^{\frac{n}{2}}=K\Rightarrow0.01\omega_c^2+1=K^{\frac{2}{n}}$$

$$\omega_c^2=100(K^{\frac{2}{n}}-1)\Rightarrow\omega_c=10\sqrt{K^{\frac{2}{n}}-1}$$

(2)
$$\angle G(j\omega_c)=-\pi\Rightarrow\quad n\arctan0.1\omega_c=-\pi\Rightarrow\arctan0.1\omega_c=\frac{\pi}{n}$$

$$0.1\omega_c=\tan\frac{\pi}{n}\Rightarrow0.1\times10\sqrt{K^{\frac{2}{n}}-1}=\tan\frac{\pi}{n}\Rightarrow K^{\frac{2}{n}}-1=\tan^2\frac{\pi}{n}$$

稳定时有

$$K < \frac{1}{\cos^n \frac{\pi}{n}}$$

(3) 设 $G_1(s) = \dfrac{K}{s(0.1s+1)^n}$

$$|G_1(j\omega_{c1})| = \frac{K}{\omega_{c1}(0.01\omega_{c1}^2+1)^{\frac{n}{2}}} = |G(j\omega_c)| = \frac{K}{(0.01\omega_c^2+1)^{\frac{n}{2}}} = 1$$

$$\omega_{c1}(0.01\omega_{c1}^2+1)^{\frac{n}{2}} = (0.01\omega_c^2+1)^{\frac{n}{2}}$$

$$K > 1 \Rightarrow \omega_{c1} > 1 \Rightarrow \omega_{c1} < \omega_c$$

5. (1)$G(j0)=1.65$，系统是 0 型系统。

(2)$K = G(j0) = 1.65$。

(3)由图 A-45 知，$G(j\omega_c) = -j \Rightarrow \angle G(j\omega_c) = -90° \Rightarrow \gamma = 90°$。

(4)由图 A-45 知，$G(j\omega_g) = -0.2 \Rightarrow K_g = \dfrac{1}{|G(j\omega_g)|} = \dfrac{1}{0.2} = 5$。

(5)$K = 1.65K_g = 8.25$

6. 两个非线性环节等效后的框图见图 B-73(a)。特性曲线见图 B-73(b)。

$$G(s) = \frac{3}{s(0.8s^2+1.8s+1)} \Rightarrow G(j\omega) = \frac{3}{j\omega(-0.8\omega^2+1+1.8j\omega)}$$

$$\mathrm{Im}G(j\omega) = 0 \Rightarrow \omega^2 = \frac{5}{4} \Rightarrow \omega = \frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow G(j\omega) = -\frac{4}{3}$$

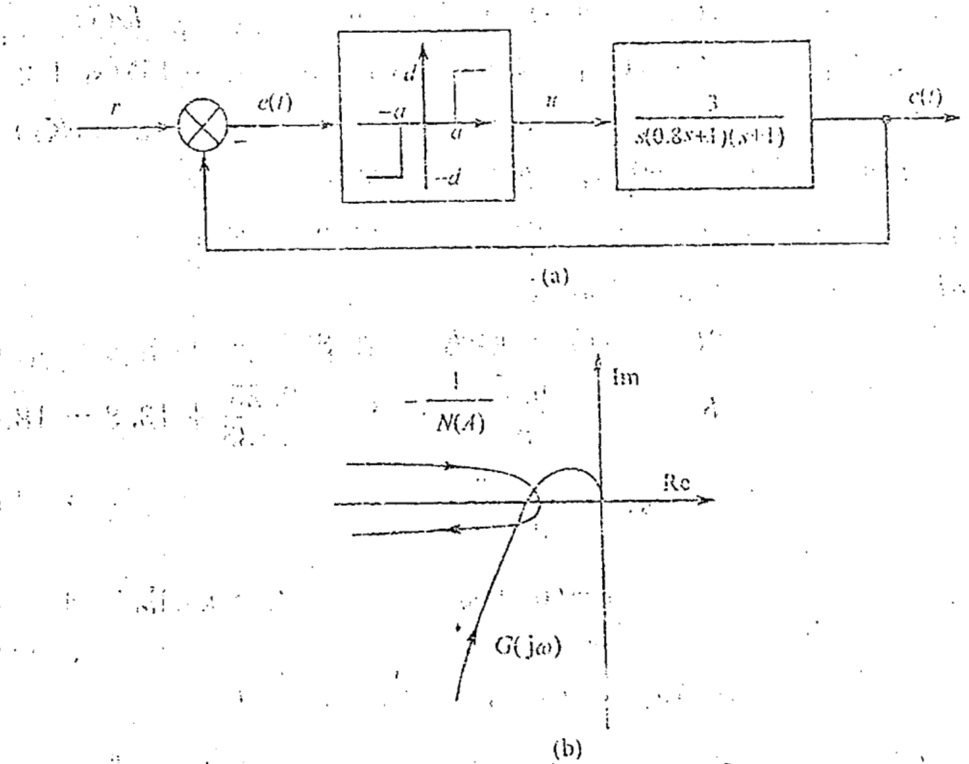

图 B-7 系统框图及特性曲线

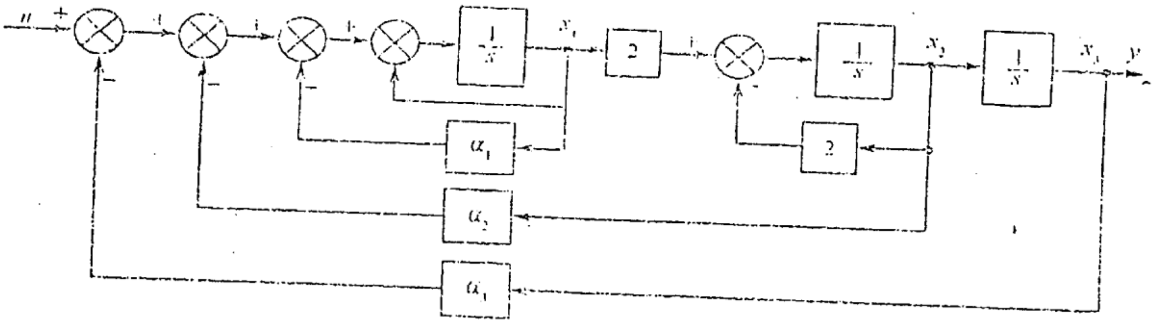

图 B-75 系统框图的变换图

$$A=\begin{bmatrix}-(1+\alpha_1) & -\alpha_2 & -\alpha_3\\ 2 & -2 & 0\\ 0 & 1 & 0\end{bmatrix}$$

$$|sI-A|=\begin{bmatrix}s+(1+\alpha_1) & \alpha_2 & \alpha_3\\ -2 & s+2 & 0\\ 0 & -1 & s\end{bmatrix}$$

$$=s(s+(1+\alpha_1))(s+2)+2\alpha_3+2\alpha_2 s$$

$$=s^3+(3+\alpha_1)s^2+(2+2\alpha_1+2\alpha_2)s+2\alpha_3$$

$$\alpha_1=3,\quad \alpha_2=1.5,\quad \alpha_3=3$$

9.(1)对于系统 A

$$Y(s)=X_1(s)\left(1+\frac{-2}{s+4}\right)=U(s)\frac{1}{s+2}\cdot\frac{s+2}{s+4}\Rightarrow\frac{Y(s)}{U(s)}=\frac{1}{s+4}$$

对于系统 B

$$Y(s)=(X_1(s)+U(s))\frac{1}{s+2}=U(s)\left(1+\frac{-2}{s+4}\right)\frac{1}{s+2}\Rightarrow\frac{Y(s)}{U(s)}=\frac{1}{s+4}$$

(2)对于系统 A

$$\begin{cases}sX_2(s)+4X_2(s)=-2X_1(s)\\ sX_1(s)+2X_1(s)=U(s)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\dot{x}_1=-2x_1+u\\ \dot{x}_2=-2x_1-4x_2\end{cases}$$

$$y=x_1+x_2$$

$$A=\begin{bmatrix}-2 & 0\\ -2 & -4\end{bmatrix},\quad B=\begin{bmatrix}1\\ 0\end{bmatrix},\quad C=[1\quad 1]$$

$$Q_k=\begin{bmatrix}1 & -2\\ 0 & -2\end{bmatrix},\quad \mathrm{rank}Q_k=2,\quad \text{可控}$$

$$Q_g=\begin{bmatrix}1 & 1\\ -4 & -4\end{bmatrix},\quad \mathrm{rank}Q_g=1,\quad \text{不可观测}$$

对于系统 B

本次 1996-2010 年的真题由哈尔滨工业大学深圳研究生院控制科学与工程专业的学长整理，希望给学弟学妹们一个指导，同时希望后来的真题更新能够上传到网上。