

一、简要回答下列问题：(30 分)

1. 设  $A=\{a,b\}$ ，试写出  $P(A)$  上的集合的包含关系。
2. 给出  $A=\{1, 2, 3\}$  上的一个关系，使它同时不具有反身性、反对称性及传递性。
3. 若半序集  $A$  是一个无限集合，问  $A$  是否可能有最大元素、极大元素？证明你的结论。
4. 有人说“映射只不过是关系的另外一种表示方法”，你认为如何？为什么？
5. 设  $G$  是命题公式， $G1$  是与  $G$  等价的析取范式，不用真值表，如何将  $G$  画为住析取范式？
6. 设  $S=\{G1, \dots, Gn\}$  是命题公式集合，且公式  $HS$  你能给出从  $S$  出发推出  $Gi$  的演绎吗？证明你的结论。
7. 在有  $n$  个点的有向图中，会存在长度大于  $n$  的欧拉路吗？会存在长度小于  $n$  的欧拉路吗？为什么？
8. 在权图中，两点  $u, v$  的最短路，及距离是如何定义的？
9. 能否给出一个 10 个顶点的图  $G$ ，且最小度为 4，使  $G$  成为非 Hamilton 图？证明你的结论。
10. 给出同余方程  $ax \equiv b \pmod{m}$  有唯一解及无解的条件。

二、(10 分) 设  $I$  是如下一个解释：

$D=\{a,b\}$	$P(a,a)$	$P(a,b)$	$P(b,a)$	$P(b,b)$
	1	0	0	1

试确定下列公式在  $I$  下的真值

- a)  $\forall x \exists y P(x,y) \wedge \forall x \forall y P(x,y)$   
 b)  $\exists x \forall y P(x,y) \vee \exists y \neg P(a,y)$   
 c)  $\forall x \forall y (P(x,y) \rightarrow P(y,x)) \wedge \forall x P(x,x)$

三、(10 分) 证明一整数能被 3 整除的充分必要条件是它的十进制数码的和能被 3 整除。

四、(20 分) 已知二叉树  $T$  的结点在先根次序下的排列为  $A[1], A[2], \dots, A[n]$ ，在中根次序下的排列为  $B[1], B[2], \dots, B[n]$ ，其中， $A$  和  $B$  是一维数组，数组元素的值为  $T$  中相应的结点的 INFO 字段得值，并假定二叉树  $T$  中结点的 INFO 字段的值互不相同， $n \geq 0$ 。试解答：

- (1) 证明由  $A[1:n]$  和  $B[1:n]$  能唯一的确定二叉树  $T$  的结构；
- (2) 给出建造二叉树  $T$  的算法，要求所建造的二叉树以 LLINK/RLINK 链接结构表示，且该算法是非递归算法；
- (3) 分析你所给算法的时间复杂性，该过程包括如何确定基本运算如何推导出期望复杂性和最坏复杂性。

五、(16 分) 假定  $G=(V, E)$  是有向图， $V=\{1, 2, \dots, n\}$ ， $n \geq 1$ ， $G$  以邻接矩阵方式存储， $G$  的邻接矩阵为  $A$ ，即  $A$  是一个二维数组，如果  $i$  到  $j$  有边，则  $A[i,j]=1$ ，否则  $A[i,j]=0$ 。请给出一个算法，该算法能判断  $G$  是否是非循环图（即  $G$  中是否存在回路），要求算法的时间复杂性为  $O(\quad)$

六、(14 分) 设二叉树  $HT$  是一棵高度平衡树，当使用二叉查找与插入算法插入一个新的结点时，该操作可能会破坏  $HT$  的平衡性。试列举出可能破坏  $HT$  的平衡性的所有情况，并论证你的结论的正确性（即要证明你所列举的情况恰好是可能破坏  $HT$  的平衡性的所有情况）