

沈阳农业大学 2010 年硕士研究生入学初试试题

考试科目: 360/621 数学 (高等数学部分) 共 2 页

分 值: 100 分

适用专业: 各相关专业

注意: 答案必须写在答题纸上, 写在题签上无效。

一、填空题 (本题共 3 小题, 每小题 5 分, 满分 15 分)

1. 极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} e^{-\frac{1}{x^2}} =$ _____ .

2. 函数 $f(x) = \int_0^x (x-t)^2 g(t) dt$, 其中 $g(x)$ 连续. 则 $f'(x) =$ _____ .

3. 改变积分次序 $\int_1^2 dx \int_x^{x^2} f(x,y) dy + \int_2^8 dx \int_x^8 f(x,y) dy =$ _____ .

二、单项选择题 (本题共 3 小题, 每小题 5 分, 满分 15 分)

1. 设 $f(x)$ 在 $x=1$ 处连续且 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = 2$, 则 $f'(1) = [\quad]$.

- (A) 1; (B) -1; (C) 2; (D) 0.

2. $\int_0^{+\infty} \frac{x dx}{(1+x^2)^2} = [\quad]$.

- (A) 1; (B) -1; (C) $\frac{1}{2}$; (D) $-\frac{1}{2}$.

3. 设 $f(x)$ 为连续函数且 $f(x) = x + 2 \int_0^1 f(t) dt$, 则 $f(x) = [\quad]$.

- (A) $x+1$; (B) $x-1$; (C) $x+\frac{1}{2}$; (D) $x-\frac{1}{2}$.

三、完成下列各题 (本题共 4 小题, 每小题 7 分, 满分 28 分)

1. 设 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x) - ax - bx^2}{x^2} = 2$, 求常数 a, b .

2. 计算 $\int \frac{dx}{e^x(1+e^{2x})}$.

3. 设 $z = z(x, y)$ 是由方程 $e^{-xy} - 2z + e^z = 0$ 所确定, 求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$.

4. 计算 $\iint_D e^{\frac{x}{y}} dx dy$. 其中 D 是由 $y = x, y = \sqrt{x}, y = \frac{1}{2}$ 所围成的右上部分.

四、(本题满分 16 分)

1. (10 分) 设 $0 \leq x \leq 1, p > 1$. 证明不等式 $\frac{1}{2^{p-1}} \leq x^p + (1-x)^p \leq 1$.

2. (6 分) 设 $f(x)$ 在 $[0, 2]$ 上连续, 在 $(0, 2)$ 内二阶可导, $f(0) = f(\frac{1}{2})$ 且

$2 \int_{\frac{1}{2}}^1 f(x) dx = f(2)$. 证明至少存在一个 $\xi \in (0, 2)$ 使得 $f''(\xi) = 0$.

五、(本题满分 13 分)

在半径为 R 的圆的一切内接三角形中, 求出面积最大者.

六、(本题满分 13 分)

设 $f(x)$ 是 $(-\infty, +\infty)$ 上的连续函数且满足 $\int_0^x f(t) dt = e^x - 1 - f(x)$, 求 $f(x)$.

沈阳农业大学 2010 年硕士研究生入学初试试题

考试科目: 360/621 数学 (概率论部分) 共 2 页

分 值: 50 分

适用专业: 相关专业

注意: 答案必须写在答题纸上, 写在题签上无效。

一、填空题 (本题共两小题, 每小题 4 分, 满分 8 分)

1. 设一元二次方程 $x^2 + Bx + C = 0$, 其中 B 、 C 表示将一枚骰子接连抛两次分别得到的点数, 则此方程有实根的概率为 _____.

2. 设随机变量 X 的概率密度函数 $f(x)$ 满足 $f'(x) + xf(x) = 0$, 则

$$D(X) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

二、单项选择题 (本题共两小题, 每小题 4 分, 满分 8 分)

1. 设 A 、 B 两个事件, 若 $AB = \overline{A}\overline{B}$, 则事件 A 、 B 之间的关系为 ().

(A) 互斥

(B) 独立

(C) 对立

(D) $A \supset B$

2. 假设随机变量 X 服从指数分布, 则随机变量 $Y = \min\{X, 2\}$ 的分布函数 ().

(A) 为连续函数

(B) 为阶梯函数

(C) 至少有两个间断点

(D) 恰好有一个间断点

三、计算题 (本题共四道题, 满分 34 分)

1. (本题满分 8 分) 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{1+x}, & 0 < x < e-1, \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$,

试求: $Y = \sqrt{x}$ 的概率密度函数.

2. (本题满分 8 分) 设二维随机变量 (X, Y) 的概率密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} xe^{-x(1+y)}, & x > 0, y > 0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

(1) 求 X 和 Y 的边缘密度 (2) 判断 X 和 Y 是否独立.

3. (本题满分 8 分) 已知 (X, Y) 在由直线 $y = 0, y = 1, y = x + 1, y = x$ 围成的闭区域内服从均匀分布. 求 (1) $\text{cov}(X, Y)$ (2) $D(X + Y)$.

4. (本题满分 10 分) 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \frac{A}{e^x + e^{-x}} \quad (-\infty < x < +\infty)$,

对 X 进行两次独立观察, 其结果分别记为 X_1 与 X_2 , 令 $Y_i = \begin{cases} 1, & X_i \leq 1 \\ 0, & X_i > 1 \end{cases} \quad (i = 1, 2)$.

(1) 确定常数 A , 并求 $P\{X_1 < 0, X_2 < 1\}$;

(2) 求二维随机变量 (Y_1, Y_2) 的联合概率分布.