

# 沈阳农业大学 2011 年硕士研究生入学初试试题

考试科目: 601/621 数学 (高等数学部分) 共 2 页

分 值: 100 分

适用专业: 各相关专业

注意: 答案必须写在答题纸上, 写在题签上无效。

一、填空题 (本题共 3 小题, 每小题 5 分, 满分 15 分)

1. 极限  $\lim_{x \rightarrow 0} (\frac{1}{x^2} - \cot^2 x) =$  \_\_\_\_\_.

2. 设  $f(x) = x(x+1)(x+2)\cdots(x+2011)$ , 则  $f'(0) =$  \_\_\_\_\_.

3. 改变积分次序  $\int_0^1 dx \int_{-\sqrt{x}}^{\sqrt{x}} f(x, y) dy + \int_1^4 dx \int_{x-2}^{\sqrt{x}} f(x, y) dy =$  \_\_\_\_\_.

二、单项选择题 (本题共 3 小题, 每小题 5 分, 满分 15 分)

1. 极限  $\lim_{x \rightarrow \infty} x(\frac{\pi}{4} - \arctan \frac{x}{1+x}) =$  \_\_\_\_\_

(A)  $-\frac{1}{2}$ ; (B)  $\frac{1}{2}$ ; (C)  $-\frac{1}{3}$ ; (D)  $\frac{1}{3}$ .

2.  $\int_1^2 \frac{x^2 \sin^3 x + 1}{1+x^2} dx =$  \_\_\_\_\_

(A)  $\frac{3}{\pi}$ ; (B)  $\frac{\pi}{3}$ ; (C)  $\frac{\pi}{2}$ ; (D)  $\frac{2}{\pi}$ .

3.  $\int_0^{+\infty} \frac{x dx}{(1+x^2)^2} =$  \_\_\_\_\_

(A)  $\frac{1}{2}$ ; (B)  $-\frac{1}{2}$ ; (C)  $\frac{1}{3}$ ; (D)  $-\frac{1}{3}$ .

三、完成下列各题 (本题共 4 小题, 每小题 7 分, 满分 28 分)

1. 设  $f(x)$  在  $(0, +\infty)$  上有定义, 且  $f'(1) = a \neq 0$ , 对任意的  $x, y \in (0, +\infty)$ , 有

$f(xy) = f(x) + f(y)$ , 求  $f(x)$ .

2. 求由方程  $\sin(xy) + \ln(y-x) = x$  所确定的函数的导数, 并求曲线过  $x=0$  点的切线及法线方程.

3. 计算  $\int \frac{x\sqrt{1+x}}{\sqrt{1-x}} dx$ .

4. 计算  $\iint_D |x-1| dx dy$ , 其中  $D$  是由  $y=0, y=x$  及圆  $x^2+y^2=2$  所围成.

四、(本题满分 16 分)

1. (6 分) 设  $f(x)$  在闭区间  $[0,1]$  上可导, 且满足  $f(0) = 3 \int_{\frac{2}{3}}^1 f(x) dx$ , 证明: 至少存

在一个  $\xi \in (0,1)$  使  $f'(\xi) = 0$ .

2. (10 分) 若函数  $f(x)$  在  $(-\infty, +\infty)$  内满足关系式  $f'(x) = f(x)$ , 且  $f(0) = 1$ , 证明:

$$f(x) = e^x.$$

五、(本题满分 13 分)

设一矩形的周长为 2, 现让它绕其一边旋转, 求所得圆柱体体积为最大时矩形的面积及圆柱体体积.

六、(本题满分 13 分)

设  $f(x)$  为连续函数, 且满足  $f(x) + 2 \int_0^x f(t) dt = x^2$ , 求  $f(x)$ .

# 沈阳农业大学 2011 年硕士研究生入学初试试题

考试科目: 601/621 数学 (概率论部分) 共 2 页

分 值: 50 分

适用专业: 相关专业

注意: 答案必须写在答题纸上, 写在题签上无效。

一、填空题 (本题共两小题, 每小题 4 分, 满分 8 分)

1. 设随机变量  $X$  与  $Y$  服从同一分布,  $X$  的概率密度为  $f(x) = \begin{cases} \frac{3x^2}{8}, & 0 < x < 2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ , 已知事

件  $A = \{X > a\}$  与  $B = \{Y > a\}$  相互独立, 且  $P(A+B) = \frac{3}{4}$ . 则常数  $a =$  \_\_\_\_\_.

2. 某种电子管的寿命  $X$  (小时) 的概率密度为  $f(x) = \begin{cases} \frac{100}{x^2}, & x > 100 \\ 0, & x \leq 100 \end{cases}$ , 一台仪器装有三

个这样的电子管。则在最初使用的 150 小时内, 三个电子管都未被更换的概率为:

二、单项选择题 (本题共两小题, 每小题 4 分, 满分 8 分)

1. 设随机变量  $X$  的概率密度为  $\phi(x)$ , 且  $\phi(-x) = \phi(x)$ ,  $F(x)$  是  $X$  的分布函数, 则对任意实数  $a$ , 有 ( ).

(A)  $F(-a) = 1 - \int_0^a \phi(x) dx$

(B)  $F(-a) = \frac{1}{2} - \int_0^a \phi(x) dx$

(C)  $F(-a) = F(a)$

(D)  $F(-a) = 2F(a) - 1$

2. 设随机变量  $X_i (i=1, 2, \dots, 9)$  相互独立且服从同一分布,

$E(X_i) = 1, D(X_i) = 1, i = 1, 2, \dots, 9$ . 令  $S_9 = \sum_{i=1}^9 X_i$ , 则对任意  $\varepsilon > 0$ , 下列不等式成立

的是 ( ).

(A)  $P\{|S_9 - 1| < \varepsilon\} \geq 1 - \frac{1}{\varepsilon^2}$

(B)  $P\left\{\left|\frac{1}{9}S_9 - 1\right| < \varepsilon\right\} \geq 1 - \frac{1}{\varepsilon^2}$

(C)  $P\{|S_9 - 9| < \varepsilon\} \geq 1 - \frac{1}{\varepsilon^2}$

(D)  $P\{|S_9 - 9| < \varepsilon\} \geq 1 - \frac{9}{\varepsilon^2}$



三、计算题 (本题共四道题, 满分 34 分)

1. (本题满分 8 分) 设随机变量  $X_i (i=1,2,3,4)$  相互独立且服从同一分布,

$P\{X_i = 0\} = 0.6, P\{X_i = 1\} = 0.4$ , 求随机变量  $Y = \begin{vmatrix} X_1 & X_2 \\ X_3 & X_4 \end{vmatrix}$  的概率分布律.

2. (本题满分 8 分) 设随机变量的概率密度函数为  $f(x) = \begin{cases} \frac{3}{2}x^2, & -1 < x < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ ,

求: (1)  $E(X), D(X)$ ; (2)  $P\{|X - E(X)| \leq D(X)\}$ .

3. (本题满分 8 分) 已知随机变量  $X$  的概率密度函数为  $f(x) = \frac{1}{2}e^{-|x|}, (-\infty < x < +\infty)$

(1) 求  $\text{cov}(X, |X|)$ , 并指出  $X$  与  $|X|$  是否相关?

(2) 判断  $X$  与  $|X|$  是否独立?

4. (本题满分 10 分) 设随机变量  $(X, Y)$  在由曲线  $y = x^2$  及  $x = y^2$  围成的闭区域内服从

均匀分布. 求:

(1)  $(X, Y)$  的联合概率密度函数;

(2)  $X$  和  $Y$  的边缘概率密度函数;

(3)  $P\{Y \geq X\}$ .