

沈阳农业大学 2012 年硕士研究生入学初试试题

考试科目: 601/621 数学 (高等数学部分) 共 2 页

分 值: 100 分

适用专业: 各相关专业

注意: 答案必须写在答题纸上, 写在题签上无效。

一、填空题 (本题共 3 小题, 每小题 5 分, 满分 15 分)

1. 设 $f_n(x) = \underbrace{f(f \cdots f(x))}_{n \text{次}}$, 若 $f(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$, 则 $f_n(x) =$ _____.

2. 设 $\phi(x) = \int_{x^2}^{\sin x} \cos t^2 dt$, 则 $\phi'(x) =$ _____.

3. 把 $\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} dy \int_y^{\sqrt{1-y^2}} f(x, y) dx$ 转化为极坐标系下的二次积分_____.

二、单项选择题 (本题共 3 小题, 每小题 5 分, 满分 15 分)

1. 方程 $e^{2x+y} - \cos(xy) = e - 1$ 在 $x = 0$ 处的法线方程为 ().

(A) $y = \frac{1}{2}x + 1$ (B) $y = -\frac{1}{2}x + 1$ (C) $y = 2x + 1$ (D) $y = -2x + 1$

2. 设 $x_1 = 2, x_2 = 2 - \frac{1}{x_1}, \dots, x_{n+1} = 2 - \frac{1}{x_n}$, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n =$ ().

(A) 1 (B) 2 (C) $\frac{1}{2}$ (D) -1

3. $\int_0^{2\pi} |\sin x| dx =$ ().

(A) 4 (B) 2 (C) 1 (D) 3

三、完成下列各题 (本题共 4 小题, 每小题 8 分, 满分 32 分)

1. 设 $z = f(xy, \frac{y}{x})$, 其中 f 具有二阶连续偏导数, 求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

2. $\int \frac{\arctan \sqrt{x}}{(1+x)\sqrt{x}} dx$.

3. 计算 $\int_1^5 dy \int_y^5 \frac{1}{y \ln x} dx$.

4. 求解微分方程 $(x + y^2 e^y) dy - y dx = 0$ 的通解.

四、(本题满分 12 分)

设 $f(x)$ 可导, $f(0)=0$, $f(a)=b$, $g(x)$ 是 $f(x)$ 的反函数, 证明:

$$\int_0^a f(x)dx + \int_0^b g(x)dx = ab.$$

五、(本题满分 13 分)

要用水泥和砖建造一个容积是 $18m^3$ 的长方体水池, 已知侧面单位面积造价为底面单位面积造价的 $\frac{3}{4}$, 问水池的长、宽、高各为多少时才能使建造水池的费用最省?

六、(本题满分 13 分)

设 $f(x) = \int_1^{x^2} (x^2 - t)e^{-t^2} dt$, 求 $f'(x)$.

沈阳农业大学 2012 年硕士研究生入学初试试题

考试科目: 601/621 数学 (概率论部分) 共 2 页

分 值: 50 分

试用专业: 各相关专业

注意: 答案必须写在答题纸上, 写在题签上无效。

一、填空题 (本题共 2 小题, 每小题 4 分, 满分 8 分)

1. 甲乙两个射手彼此独立地射击同一个目标各一次, 甲射中的概率为 0.9, 乙射中的概率为 0.8, 则目标没有被射中的概率为_____。

2. 设 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, $\mu \neq 0, \sigma > 0$, 且 $P\left(\frac{X - \sigma}{\mu} < \alpha\right) = \frac{1}{2}$, 则 $\alpha =$ _____。

二、单项选择题 (本题共 2 小题, 每小题 4 分, 满分 8 分)

1. 设连续型随机变量 X 的概率密度函数为 $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + c, & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, 且已知

$E(X) = 0.5, D(X) = 0.15$, 则常数 a, b, c 分别为 ()。

(A) -12, 12, 3 (B) 12, 12, 3 (C) 12, -12, 3 (D) 12, -12, -3

2. 设两个相互独立的随机变量 ξ 和 η 分别服从正态分布 $N(0, 1)$ 和 $N(1, 1)$, 则 ()。

(A) $P\{\xi + \eta \leq 0\} = \frac{1}{2}$ (B) $P\{\xi + \eta \leq 1\} = \frac{1}{2}$

(C) $P\{\xi - \eta \leq 0\} = \frac{1}{2}$ (D) $P\{\xi - \eta \leq 1\} = \frac{1}{2}$

三、计算题 (本题共 4 道题, 满分 34 分)

1. (本题满分 9 分)

设二维随机变量 (X, Y) 只在曲线 $y = x^2$ 与 $x = y^2$ 所围成的区域 D 中不为零, 且服从均匀分布, 试求:

(1) (X, Y) 的联合密度函数 $f(x, y)$;

(2) (X, Y) 关于 X 及 Y 的边缘密度函数 $f_X(x), f_Y(y)$;

(3) $P(Y \geq X)$ 。

2. (本题满分 9 分)

设 $X \sim N(1, 3^2), Y \sim (0, 4^2)$, 且 X 与 Y 相关系数 $\rho_{XY} = -\frac{1}{2}$, 令 $Z = \frac{X}{3} + \frac{Y}{2}$, 试求:

(1) $E(Z), D(Z)$;

(2) X 与 Z 的相关系数 ρ_{XZ} 。

3. (本题满分 8 分)

一生产线生产的产品成箱包装，每箱重量是随机的，假设每箱平均重 50 千克，标准差为 5 千克。若用最大载重量为 5 吨的汽车承运，试利用中心极限定理说明每辆车最多可以装多少箱，才能保证不超载的概率大于 0.977 ($\Phi(2) = 0.977$ ，其中 $\Phi(x)$ 是标准正态分布函数)。

4. (本题满分 8 分)

设有两个随机事件 A, B ，定义随机变量 X, Y 如下：
$$X = \begin{cases} 1, & \text{若 } A \text{ 出现} \\ -1, & \text{否则} \end{cases},$$

$Y = \begin{cases} 1, & \text{若 } B \text{ 出现} \\ -1, & \text{否则} \end{cases}$ 。试证：“ X 与 Y 不相关”与“ A 与 B 相互独立”互为充分必要条件。