沈阳工业大学

2007年硕士研究生招生考试题签

（请考生将题答在答题册上，答在题签上无效）

科目名称：线性代数与常微分方程

一、（10分）证明：若$\alpha_1,\alpha_2\cdots\alpha_n\in R^n$，则它们是线性无关的充分必要条件是任一向量$\gamma\in R^n$可以唯一地表示成它们的线性组合。

二、（15分）讨论λ取什么值时下面的方程组有解，并求解。

$$\begin{cases}\lambda x_1+x_2+x_3=1\\ x_1+\lambda x_2+x_3=1\\ x_1+x_2+\lambda x_3=1\end{cases}$$

三、（15分，第一小题10分，第二小题5分）

1、设A是$n\times n$矩阵，若对任一个n维向量x都有$Ax=0$，证明A=0。

2、若是A非奇异的，则A^{-1}可以表示成A的多项式，即存在$\varphi(\lambda)$， 使$\varphi(A)=0$。

四、（25分，第一小题15分，第二小题10分）设$A\in R^{n\times n}$：

1、证明，全体与A相乘可交换的矩阵组成$R^{n\times n}$的一个子空间，记作$C(A)$；

2、当$A=I$（单位阵）时求$C(A)$；

五、（10分）证明：任何一个对称正定矩阵可以表示为一个非奇异矩阵和它的转置之积。

六、（25分）证明：n维齐次常微分方程组$\dot{x}(t)=A(t)x(t)$的全体解构成一个n维线性空间。

七、（20分，每小题各10分）已知方程$\dot{x}(t)=\begin{pmatrix}0&-1\\1&-2\end{pmatrix}x(t)$，

1、求e^{At}

2、零解是否稳定？。

八、（20分）求方程组$\dot{x}(t)=\begin{pmatrix}-\sin t&0\\0&-\cos t\end{pmatrix}x(t)$的基本解矩阵（两个线性无关的解组成的矩阵）。

九、（10分）证明：对于常系数常微分方程组$\dot{x}(t)=Ax(t)$，若有正定矩阵P使$A^{\mathrm{T}}P+PA=-I$，则零解是渐进稳定的。

注：考试时间为180分钟，满分为150分。