

沈阳工业大学

2007 年硕士研究生招生考试题签

(请考生将题答在答题册上, 答在题签上无效)

科目名称: 量子力学

第 1 页 共 3 页

一、(10 分) 判断题 (每小题 2 分。对者画 \checkmark , 错者画 \times 。)

- 1、波函数 $\psi(x) = (\ln 10)e^{-\lambda x}$ 与波函数 $\varphi(x) = e^{-2\lambda x}$ 描写的是同一态。 []
- 2、 e^x 是算符 $\hat{F} = \frac{d^2}{dx^2}$ 的本征函数。 []
- 3、若力学量算符不显含时间, 则该力学量必为守恒量。 []
- 4、量子力学中表示力学量的算符均为线性厄米算符。 []
- 5、么正变换不改变力学量的平均值。 []

二、(30 分) 填空题 (每空 3 分)

- 1、波函数的标准条件为_____。
- 2、一粒子处于波函数 $\psi(x, y, z)$ (已归一化) 描写的状态上, 则粒子出现在 $y \rightarrow y + dy$ 区间内的几率为_____。
- 3、若体系的定态波函数满足 $\psi(x) = \psi(x)^*$, 可知相应的几率流密度矢量大小为_____。
- 4、测不准关系为 $\Delta A \Delta B \geq \frac{1}{2} \left| [\hat{A}, \hat{B}] \right|$, 由此可知 $\Delta x \Delta p_x \geq$ _____。
- 5、力学量算符 \hat{F} 的本征方程为 $\hat{F}|n\rangle = f_n|n\rangle$ (分立谱), 且 $\langle n|n'\rangle = \delta_{nn'}$, 任一态 $|\psi\rangle$ 可展开为 $|\psi\rangle = \sum_n C_n |n\rangle$, 且 $\langle\psi|\psi\rangle = 1$ 。可知 $C_n =$ _____。
- 6、在动量表象中, $\hat{p}_x =$ _____, \hat{p}_x 相应于本征值 p'_x 的本征函数为 $\psi_{p'_x}(p_x) =$ _____。
- 7、一粒子在中心力场中运动, 其波函数为 $\Psi(r, \theta, \varphi)$, 在 $r \rightarrow r + dr$ 内发现粒子的几率为_____。
- 8、电子的自旋量子数为_____ ; 对于玻色子系统, 其波函数是_____ 波函数。

注: 考试时间为 180 分钟, 满分为 150 分。

沈阳工业大学

2007 年硕士研究生招生考试题签

(请考生将题答在答题册上, 答在题签上无效)

科目名称: 量子力学

第 2 页 共 3 页

三、(20 分) 证明题

- 1、证明: 厄米算符的本征值是实数。 (5 分)
- 2、已知 $\hat{l}_{\pm} = \hat{l}_x \pm i\hat{l}_y$, 证明: $[\hat{l}_+, \hat{l}_-] = 2\hbar\hat{l}_z$ 。 (5 分)
- 3、若算符 \hat{K} 有属于本征值为 λ 的本征函数 ϕ , 且有: $\hat{K} = \hat{L}\hat{M}$ 和 $\hat{L}\hat{M} - \hat{M}\hat{L} = \hat{I}$ (\hat{I} 为单位算符), 证明: $U = \hat{L}\phi$ 也是 \hat{K} 的本征函数, 且对应的本征值是 $(\lambda - 1)$ 。 (10 分)

四、(15 分) 一粒子在一维无限深势阱中运动, 势能为

$$V(x) = \begin{cases} 0 & 0 < x < a \\ \infty & \text{其它} \end{cases},$$

粒子哈密顿算符 \hat{H} 归一化的本征函数和本征值分别为 $\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{n\pi}{a}x$ 和 $E_n = \frac{n^2\pi^2\hbar^2}{2ma^2}$,

- 1、写出粒子第五激发态的本征函数和本征值; (4 分)
- 2、对于基态, 求发现粒子坐标在 $0 \sim \frac{1}{3}a$ 内的几率; (6 分)
- 3、在第一激发态上, 求粒子动量的平均值。 (5 分)

五、(15 分) 一维线性谐振子, 哈密顿算符归一化的本征函数和本征值分别为

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{\alpha}{2^n n! \sqrt{\pi}}} e^{-\frac{1}{2}\alpha^2 x^2} H_n(\alpha x) \text{ 和 } E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar\omega, \quad n = 0, 1, 2, \dots,$$

- 1、在 $\psi_n(x)$ 上, 求哈密顿算符 \hat{H} 的平均值; (4 分)
- 2、在 $\psi_n(x)$ 上, 求粒子坐标的平均值 \bar{x} ; (4 分)
- 3、若体系处于第一激发态, 求何处发现粒子的几率最大? (7 分)

$$(\text{已知递推公式 } x\psi_n(x) = \frac{1}{\alpha} \left[\sqrt{\frac{n}{2}} \psi_{n-1}(x) + \sqrt{\frac{n+1}{2}} \psi_{n+1}(x) \right])$$

注: 考试时间为 180 分钟, 满分为 150 分。

沈阳工业大学

2007 年硕士研究生招生考试题签

(请考生将题答在答题册上, 答在题签上无效)

科目名称: 量子力学

第 3 页 共 3 页

六、(15 分) 设 H_0 表象中, 考虑微扰时, $H = \begin{bmatrix} E_1^{(0)} + b & a \\ a^* & E_2^{(0)} + b \end{bmatrix}$, 式中, $E_1^{(0)} \neq E_2^{(0)}$, \hat{H}_0 的

本征方程为 $\hat{H}_0 \psi_n^{(0)} = E_n^{(0)} \psi_n^{(0)}$ 。试用微扰法求:

- 1、能级 E_1 、 E_2 至二级修正; (10 分)
- 2、波函数 ψ_1 至一级修正。 (5 分)

七、(15 分) 设氢原子的状态为 $\psi = \begin{bmatrix} -\frac{\sqrt{3}}{2} R_{21}(r) Y_{11}(\theta, \varphi) \\ \frac{1}{2} R_{21}(r) Y_{10}(\theta, \varphi) \end{bmatrix}$, 在此态上测量时, 求: 下列各

量的可能值、相应的几率和平均值。

- 1、哈密顿量 H ; (3 分)
- 2、轨道角动量平方 L^2 ; (4 分)
- 3、轨道角动量 z 分量 L_z ; (4 分)
- 4、自旋角动量 z 分量 S_z 。 (4 分)

八、(15 分) 已知力学量 A 和 B , 算符 \hat{A} 在 B 表象中的矩阵表示为 $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$, 求:

- 1、 \hat{A} 的本征值; (4 分)
- 2、在 B 表象中, \hat{A} 归一化的本征矢; (8 分)
- 3、从 B 表象变换到 A 表象的幺正矩阵。 (3 分)

九、(15 分) 已知 $\hat{\sigma}_x$ 、 $\hat{\sigma}_y$ 、 $\hat{\sigma}_z$ 为泡利算符三个分量, 在 σ_z 表象中,

- 1、写出 $\hat{\sigma}_x$ 、 $\hat{\sigma}_y$ 、 $\hat{\sigma}_z$ 的矩阵表示; (9 分)
- 2、求自旋角动量算符 x 分量 \hat{S}_x 的矩阵表示; (3 分)
- 3、求对易式 $[\hat{\sigma}_x, \hat{\sigma}_y]$ 结果的矩阵表示。 (3 分)

注: 考试时间为 180 分钟, 满分为 150 分。