

沈阳工业大学

2008 年硕士研究生招生考试题签

(请考生将题答在答题册上, 答在题签上无效)

科目名称: 量子力学

第 1 页 共 3 页

一、(10 分) 判断题 (每小题 2 分。对者画 \checkmark , 错者画 \times)

- 1、波函数 $\phi(x)$ 与 $\sqrt{3}\phi(x)$ 描写的是同一态。 []
- 2、对于定态, 粒子在空间的几率分布不随时间改变。 []
- 3、若 $\psi(x)$ 是属于连续谱的波函数, 则 $\langle \psi | \psi \rangle = 1$ 。 []
- 4、么正变换不改变力学量的平均值。 []
- 5、两个力学量算符有共同本征函数系的充要条件是它们对易。 []

二、(30 分) 填空题 (每空 3 分)

1、一粒子处于波函数 $\psi(x, y, z)$ (已归一化) 描写的状态上, 则粒子出现在 $x \rightarrow x + dx$ 区间内的几率为_____。

2、一粒子处于定态, 空间波函数为 $\psi(x) = Ae^{-\lambda x}$, 式中 A 、 λ 均为实数且 $A > 0, \lambda > 0$ 。可知几率流密度矢量 $\vec{J} =$ _____。

3、已知厄米算符 \hat{A} 、 \hat{B} 的对易式为 $[\hat{A}, \hat{B}] = b$ (b 为正的实常数), 则 $\Delta A \Delta B \geq$ _____。

4、力学量算符 \hat{F} 的本征方程为 $\hat{F}|n\rangle = f_n|n\rangle$ (分立谱), 且 $\langle n|n'\rangle = \delta_{nn'}$, 任一态 $|\psi\rangle$ 可展开为 $|\psi\rangle = \sum_n C_n|n\rangle$, 且 $\langle \psi | \psi \rangle = 1$ 。可知 $C_n =$ _____。

5、在坐标表象中, 坐标算符 \hat{x} 本征值为 x' 的本征函数 $\psi_{x'}(x) =$ _____, 动量算符 \hat{p}_x 本征值为 p_x 的本征函数 $\psi_{p_x}(x) =$ _____。

6、已知算符 \hat{F} 在自身表象中的矩阵表示为 $F = \hbar \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$, 可知 \hat{F} 的本征值为 _____。

7、一粒子在中心力场中运动, 其波函数为 $\psi(r, \theta, \varphi)$, 在 $\theta \rightarrow \theta + d\theta$ 内发现粒子的几率为 _____。

8、已知某粒子的自旋量子数为 1, 可知该粒子为 _____; 对于由该种粒子组成的多粒子系统, 其波函数为 _____ 波函数。

2008 年硕士研究生招生考试题签

(请考生将题答在答题册上, 答在题签上无效)

科目名称: 量子力学

第 2 页 共 3 页

三、(20 分) 证明题

- 1、证明: 任意状态下厄米算符的平均值都是实数。 (6 分)
- 2、已知 $\hat{l}_{\pm} = \hat{l}_x \pm i\hat{l}_y$, 证明: $[\hat{l}_z, \hat{l}_{\pm}] = \hbar\hat{l}_{\pm}$ 。 (6 分)
- 3、证明: 么正变换不改变力学量的本征值。 (8 分)

四、(15 分) 一粒子在一维无限深势阱中运动, 势能为 $V(x) = \begin{cases} 0 & 0 < x < a \\ \infty & \text{其它} \end{cases}$

- 求: 1、粒子哈密顿算符 \hat{H} 归一化的本征函数; (12 分)
2、粒子哈密顿算符 \hat{H} 的本征值。 (3 分)

五、(15 分) 一维线性谐振子, 哈密顿算符归一化的本征函数和本征值分别为

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{\alpha}{2^n n! \sqrt{\pi}}} e^{-\frac{1}{2}\alpha^2 x^2} H_n(\alpha x) \quad (H_0(\alpha x) = 1, H_1(\alpha x) = 2\alpha x, \dots),$$

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar\omega, \quad n = 0, 1, 2, \dots,$$

- 1、写出基态波函数; (3 分)
- 2、求在基态上谐振子坐标出现在 $0 \sim +\infty$ 区间内的几率; (5 分)
- 3、求坐标算符 \hat{x} 在 $\psi_m(x)$ 和 $\psi_n(x)$ 状态之间的矩阵元 $x_{mn} = \langle \psi_m | \hat{x} | \psi_n \rangle$ 。 (7 分)

(已知: $x\psi_n(x) = \frac{1}{\alpha} \left[\sqrt{\frac{n}{2}} \psi_{n-1}(x) + \sqrt{\frac{n+1}{2}} \psi_{n+1}(x) \right]$; $\int_0^{\infty} e^{-\lambda u^2} du = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{\lambda}}, \lambda > 0$)

六、(15 分) 在能量 H_0 表象中, 考虑微扰时, $H = \begin{bmatrix} E_1^{(0)} & \lambda & 0 \\ \lambda & E_2^{(0)} & 0 \\ 0 & 0 & E_3^{(0)} - \lambda \end{bmatrix}$, 式中 $E_1^{(0)}$ 、

$E_2^{(0)}$ 、 $E_3^{(0)}$ 是 \hat{H}_0 的本征值, $E_1^{(0)}$ 、 $E_2^{(0)}$ 、 $E_3^{(0)}$ 互不相等, λ 为实数。 \hat{H}_0 的本征函数为 $\psi_n^{(0)}$ 。

- 求: 1、能 E_1 、 E_2 、 E_3 至二级修正; (12 分)
2、波函数 ψ_2 至一级修正。 (3 分)

沈阳工业大学

2008 年硕士研究生招生考试题签

(请考生将题答在答题册上, 答在题签上无效)

科目名称: 量子力学

第 3 页 共 3 页

七、(15 分) 已知算符 \hat{B} 在 A 表象中的矩阵表示为 $B = \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}$,

求: 1、 \hat{B} 的本征值; (4 分)

2、在 A 表象中, \hat{B} 的归一化的本征函数; (8 分)

3、由 A 表象变换到 B 表象的幺正矩阵 S 。 (3 分)

八、(20 分) 设氢原子处于状态为 $\psi = \begin{bmatrix} c_1 R_{21}(r) Y_{11}(\vartheta, \varphi) \\ c_2 R_{21}(r) Y_{1-1}(\vartheta, \varphi) \end{bmatrix}$ 上, c_1 、 c_2 均为常数, 且

$|c_1|^2 + |c_2|^2 = 1$ 。在此态上测量时, 求: 下列各量的可能值、相应的几率和平均值。

1、哈密顿量 H ; (4 分)

2、轨道角动量平方 L^2 ; (4 分)

3、轨道角动量 z 分量 L_z ; (6 分)

4、自旋角动量 z 分量 S_z 。 (6 分)

九、(10 分) 已知电子自旋角动量的 x 分量 \hat{S}_x 与泡利算符的 x 分量 $\hat{\sigma}_x$ 的关系为 $\hat{S}_x = \frac{\hbar}{2} \hat{\sigma}_x$,

在 σ_z 表象中,

求: 1、 \hat{S}_x 的矩阵表示; (3 分)

2、 \hat{S}_x^+ 的矩阵表示。 (3 分)

3、对易式 $[\hat{\sigma}_x, \hat{\sigma}_y]$ 结果的矩阵表示。 (4 分)