沈阳工业大学

2008年硕士研究生招生考试题签

（请考生将题答在答题册上，答在题签上无效）

科目名称：高等代数

一（60分，每小题6分）判断下列是否正确并说明理由

1.设A、B为n阶方阵，若AB=E，则BA=E

2.非零多项式$f(x)$没有重因式,则$(f(x)+f'(x),f(x))=1$

3.设$\alpha_1,\alpha_2,\cdots\alpha_n$是一组n维向量,若任一n维向量均可由它线性表示,则$\alpha_1,\alpha_2,\cdots\alpha_n$一定线性无关.

4.方阵$A\neq 0$,则$A^2\neq 0$

5.二次型$f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+x_2^2+x_1x_3+x_2x_3$是正定的

6.若 $V_i\cap\sum_{j=1}^{i-1}v_j=\{0\}(i=2,\cdots,s)$,则和$\sum_{i=1}^{s}v_i$是直和

7.在$P^{n\times n}$中，$\sigma(X)=B\times C$,其中$B,C\in P^{n\times n}$是两个固定矩阵,则σ是一线性变换.

8.设λ_1,λ_2是线性变换,σ的两个不同特征值,$\varepsilon_1,\varepsilon_2$分别属于$\lambda_1,\lambda_2$的特征值,则$\varepsilon_1+\varepsilon_2$不是$\sigma$的特征向量.

9.设$A=(a_{ij})$是 n 阶正定矩阵,$\alpha=(x_1,x_2,\cdots x_n),\beta=(y_1,y_2,\cdots,y_n)$.定义$(\alpha,\beta)=\alpha A\beta'$,则$(\alpha,\beta)$是$R^n$的一个内积,$\alpha,\beta\in R^n$.

10.设A是实矩阵,则秩(AA')=秩(A)

二(15 分).设$p(x)$是次数大于零的多项式,则$p(x)$是不可约多项式的充要条件是对于任意两多项式$f(x),g(x)$,由$p(x)|f(x)g(x)$可推出$p(x)|f(x)$或$p(x)|g(x)$

三(10分).计算n阶行列式

$$\begin{vmatrix} 1+a_1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ 1 & 1+a_2 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1+a_3 & \cdots & 1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1+a_n \end{vmatrix} \qquad a_i\neq 0,1\le i\le n$$

四(15分).λ,μ为何值时,线性方程组

048

$$\begin{cases} \lambda x_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ x_1 + \mu x_2 + x_3 = 3 \\ x_1 + 2\mu x_2 + x_3 = 4 \end{cases}$$

有唯一解,无穷多解,无解?

五(10 分).设 A 为 n 阶方阵,满足 $AA' = E$,$|A| < 0$,求$|A+E|$

六(10 分).设$\alpha_1,\alpha_2,\cdots\alpha_n$是 n 维线性空间 V 的一个基,A 是一$n\times s$矩阵,$(\beta_1,\beta_2,\cdots,\beta_s) = (\alpha_1,\alpha_2,\cdots\alpha_n)A$,

证明$L(\beta_1,\beta_2,\cdots,\beta_n)$的维数等于 A 的秩.

七 (15 分). 设 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 是线性空间 V 的一个基,σ 是 V 的一个线性变换,且

$\sigma\alpha_1 = \alpha_1, \sigma\alpha_2 = \alpha_1 + \alpha_2, \sigma\alpha_3 = \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3$.

(1)证明:σ 是可逆线性变换

(2)求 $2\sigma - \sigma^{-1}$ 在基$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$下的矩阵

八(15 分).用正交变换化下列二次型为标准型,并写出所作的正交变换

$x_1^2 - 2x_2^2 - 2x_3^2 - 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 8x_2x_3$

049