沈阳工业大学

2010 年硕士研究生招生考试题签

（请考生将题答在答题册上，答在题签上无效）

科目名称：数学分析

一 判断下列命题是否正确，并简要说明理由.（每小题 6 分，本题共 60 分）

1. 设$\{a_n\}$为一数列，且$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = A$，则$\lim\limits_{n\to\infty}|a_n| = |A|$.

2. $\{a_n\}$为一单调数列，且含有一个收敛子列，则$\{a_n\}$收敛.

3. 若$f(x,y)$在点(x_0,y_0)存在二重极限，则$\lim\limits_{x\to x_0}\lim\limits_{y\to y_0} f(x,y)$存在.

4. 设$\sum u_n$为正项级数，且$\lim\limits_{n\to\infty} nu_n = 0$，则$\sum u_n$收敛.

5. 设$f(x)$在$[a,b]$上可导，且$f_+'(a)\cdot f_-'(b) < 0$，则存在$\xi\in(a,b)$，使得$f'(\xi)=0$.

6. 设$f(x)$在点x_0具有任意阶导数，则其泰勒级数收敛于函数本身.

7. 若$f(x)$在$[a,b]$有界，则$f(x)$在$[a,b]$可积.

8. 设$a_n, b_n (n=1,2,3\ldots)$为$f(x)$的傅里叶系数，若$\sum\limits_{n=1}^{\infty}(|a_n|+|b_n|)$收敛，则$f(x)$的傅里叶级数一致收敛.

9. 设D是单连通区域，函数$P(x,y),Q(x,y)$在D内连续且具有一阶连续偏导数，$Pdx+Qdy$是D内某一函数$u(x,y)$的全微分，则$\oint_l \boldsymbol{Pdx+Qdy=0}$，其中$\boldsymbol{l}$为$D$内一按段光滑封闭曲线.

10. 设$\mathrm{H} = \left\{(\frac{1}{n+2},\frac{1}{n}) \mid n=1,2,\ldots\right\}$则不能从 H 中选出有限个开区间覆盖$(\frac{1}{100},1)$.

沈阳工业大学

2010 年硕士研究生招生考试题签

（请考生将题答在答题册上，答在题签上无效）

科目名称：数学分析

二 考察函数 $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}}, & x^2+y^2\neq 0\\ 0, & x^2+y^2=0\end{cases}$ 在原点的可微性.（本题 12 分）

三 函数 $f(x)$ 在 (a,b) 内可导，且 $f'(x)$ 有界，证明 $f(x)$ 在 (a,b) 内一致连续.(本题 10 分)

四 设 $z=f(x,\dfrac{x}{y})$, 求 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2},\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.（本题 16 分）

五 计算下列各题（本题共 20 分）

1. $\iint\limits_{\Sigma} x^3dydz+y^3dzdx+(z^3-a^3)dxdy$,

   其中 Σ 为上半球面 $x^2+y^2+z^2=a^2(a>0)$ 的外侧.(本小题 12 分)

2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\tan(\sin x)-\sin(\sin x)}{\tan x-\sin x}$（本小题 8 分）

六 设 $f_n(x)=n^{\frac{1}{2}}xe^{-nx}(n=1,2,\ldots)$, 证明 $f_n(x)$ 在 $[0,1]$ 上一致收敛于 0.（本题 10 分）

七 证明 $\int_1^{+\infty}\dfrac{\sqrt{x}}{1+x}\cos x dx$ 条件收敛.(本题 12 分)

八 设 $f_0(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续，$f_{n+1}(x)=\int_a^x f_n(t)dt \quad n=(0,1,2,\ldots)$,

证明：$\sum\limits_{n=1}^{\infty} f_n(x)$ 在 $[a,b]$ 上一致收敛.(本题 10 分)