

2011 年硕士研究生招生考试题签

(请考生将题答在答题册上, 答在题签上无效)

科目名称: 量子力学

第 1 页 共 3 页

一、(10 分) 判断题 (每小题 2 分。对者画  $\checkmark$ , 错者画  $\times$ )

- 1、若系统的哈密顿算符不显含时间, 则该系统处于定态。 [     ]
- 2、若波函数  $\psi(x)$  描写的是非束缚态, 则  $\psi(\infty)=0$ 。 [     ]
- 3、量子力学中的算符均为厄米算符。 [     ]
- 4、连续谱的波函数  $\psi$  满足  $\langle \psi | \psi \rangle = 1$ 。 [     ]
- 5、全同性原理是全同粒子体系波动性的体现。 [     ]

二、(30 分) 填空题 (每空 3 分)

- 1、若波函数  $\psi(\vec{r}) = \psi(\vec{r})^*$ , 则几率流密度矢量  $\vec{J} =$  \_\_\_\_\_。
- 2、若算符  $\hat{A} = \hat{A}^+$ , 则  $\hat{A}$  为 \_\_\_\_\_; 该算符在任一态下的平均值是 \_\_\_\_\_。
- 3、已知  $\hat{A}$ 、 $\hat{B}$  为厄米算符, 它们满足的不确定关系  $\Delta A \Delta B \geq$  \_\_\_\_\_。
- 4、在动量表象中,  $\hat{p}_x =$  \_\_\_\_\_,  $\hat{p}_x$  的本征值为  $p'_x$  的本征函数为 \_\_\_\_\_。
- 5、自旋角动量分量算符  $\hat{S}_z$  有 \_\_\_\_\_ 个本征值, 其中正的本征值为 \_\_\_\_\_。
- 6、由多个电子组成的系统为 \_\_\_\_\_ 系统, 描述该系统状态的波函数为 \_\_\_\_\_ 波函数。

三、(20 分) 证明题

- 1、证明:  $[\hat{L}_+ + \hat{L}_z, \hat{L}_x] = \hbar \hat{L}_z + i\hbar \hat{L}_y$ 。(已知  $\hat{L}_+ = \hat{L}_x + i\hat{L}_y$ ) (7 分)
- 2、证明: 若  $\hat{A}$ 、 $\hat{B}$  均为厄米算符, 则  $\hat{C} = \frac{1}{2i}(\hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A})$  也为厄米算符。(7 分)
- 3、证明: 么正变换不改变波函数的归一化。(6 分)

四、(15 分) 粒子在一维无限深势阱中运动, 归一化的波函数为  $\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{n\pi}{a} x$  ( $0 < x < a$ ;

$n=1,2,3,\dots$ )。

- 求: 1、粒子在基态上出现几率最大的位置; (5 分)
- 2、粒子在第一激发态上出现在  $0 \sim \frac{1}{4}a$  区间内的几率; (5 分)
- 3、在  $\psi_n(x)$  上粒子动量的平均值  $\bar{p}_x$ 。 (5 分)

2011 年硕士研究生招生考试题签

(请考生将题答在答题册上, 答在题签上无效)

科目名称: 量子力学

第 2 页 共 3 页

五、(15 分) 一维线性谐振子, 哈密顿算符  $\hat{H}$  归一化的本征函数和本征值分别为

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{\alpha}{2^n n! \sqrt{\pi}}} e^{-\frac{1}{2}\alpha^2 x^2} H_n(\alpha x) \quad (H_0(\alpha x) = 1, H_1(\alpha x) = 2\alpha x, \dots),$$

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

求: 1、第四激发态上  $\hat{H}$  的本征值; (3 分)

2、第六激发态上粒子数算符  $\hat{N}$  的本征值; (3 分)

3、基态上谐振子动量的平均值  $\bar{p}_x$ ; (5 分)

4、坐标算符  $\hat{x}$  的矩阵元  $x_{23} = \langle \psi_2 | \hat{x} | \psi_3 \rangle = ?$  (4 分)

$$(\text{已知递推公式: } x\psi_n(x) = \frac{1}{\alpha} \left[ \sqrt{\frac{n}{2}} \psi_{n-1}(x) + \sqrt{\frac{n+1}{2}} \psi_{n+1}(x) \right])$$

六、(15 分) 设  $\hat{A}^+ = \hat{A}$ ,  $\hat{A}^2 = 1$ , 求:

1、 $\hat{A}$  的本征值; (5 分)

2、在  $A$  表象中,  $\hat{A}$  的矩阵表示; (3 分)

3、在  $A$  表象中,  $\hat{A}$  归一化的本征函数。 (7 分)

七、(15 分) 在  $H_0$  表象中,  $\hat{H}_0$  的矩阵表示为  $H_0 = \begin{bmatrix} E_1^{(0)} & 0 & 0 \\ 0 & E_2^{(0)} & 0 \\ 0 & 0 & E_3^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ , 考虑微扰时,

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 2\lambda & 0 \\ 2\lambda & 2+\lambda & 3\lambda \\ 0 & 3\lambda & 3+2\lambda \end{bmatrix}, \quad \hat{H}_0 \text{ 的本征方程为 } \hat{H}_0 \psi_n^{(0)} = E_n^{(0)} \psi_n^{(0)}. \text{ 试用微扰法, 求能级 } E_1、$$

$E_2、E_3$  至二级修正。

八、(15 分) 设氢原子处于状态  $\psi(r, \theta, \varphi) = \frac{1}{2} R_{21}(\bar{r}) Y_{11}(\theta, \varphi) - \frac{\sqrt{3}}{2} R_{21}(\bar{r}) Y_{10}(\theta, \varphi)$  上, 在此态上测量时,

求: 1、氢原子能量  $E$  的可能值; (3 分)

2、电子轨道角动量平方  $L^2$  的可能值; (3 分)

3、电子轨道角动量  $z$  分量  $L_z$  的可能值、相应的几率和平均值。 (9 分)

2011 年硕士研究生招生考试题签

(请考生将题答在答题册上, 答在题签上无效)

科目名称: 量子力学

第 3 页 共 3 页

九、(15 分) 已知  $\hat{\sigma}_x$  和  $\hat{\sigma}_y$  在  $\sigma_z$  表象中的矩阵表示分别为  $\sigma_x = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ ,  $\sigma_y = \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}$ 。在  $\sigma_z$  表

象中,  $\hat{\sigma}_y$  归一化的本征函数的矩阵表示为  $\psi_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ i \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$  和  $\psi_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -i \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$ 。

求: 1、 $\sigma_x$  的厄米共轭矩阵; (3 分)

2、 $\sigma_x$  与  $\sigma_y$  对易式的矩阵表示; (5 分)

3、自旋角动量分量算符  $\hat{S}_x$  的矩阵表示; (3 分)

4、从  $\sigma_z$  表象变换到  $\sigma_y$  表象的么正矩阵  $S$ 。(4 分)