题号：419

大连海事大学2003 年研究生招生试题

科　　目：运筹学

适用专业：交通运输规划与管理

(1)每个问题都用一组决策变量 $(x_1, x_2, \cdots x_n)$ 表示某一方案，一般非负
(2)存在一定的约束条件，这些约束条件可用线性等式或不等式表示
(3)都有一个要达到的目标，要求目标函数为线性的

一、（20 分）回答下列问题

1．简述就实际问题建立线性规划模型需要具备的条件。

2．试述线性规划问题的可行解、基本解、基本可行解和最优解的概念及它们之间的关系。

3．在图 G=(V，E)中 V 和 E 表达什么样的含义？图 G 具备哪两个基本性质？

点集合　边集合

1) 所有顶点的次之和为边数2倍
2) 奇点个数为偶数

4．树具有哪些基本性质？这些性质之间的关系如何？

设图中 $n>2$ 的树 T，则 T 中至少有 2 个悬挂点
图 T 是一个树的充要条件是不含圈 ①恰有 $P-1$ 条边　②连通 $P-1$ 条边　③任两顶点间恰有一条链

二、（10 分）列出解决下述问题的线性规划数学模型（不用求解）

某工厂可生产 A、B、C 三种产品。生产 1 吨 A 产品 5 个工时和 1 吨原料，生产 1 吨 B 产品需 6 个工时和 4 吨原料，生产 1 吨 C 产品需 10 个工时 7 吨原料。这个厂每天能提供 300 个工时和 900 吨原料。每生产 1 吨 A 产品可获利 2 万元，每生产 1 吨 B 产品可获利 3 万元，每生产 1 吨 C 产品可获利 4 万元。那么工厂每天生产 A、B、C 产品各多少才能使获利最大？

解：设生产A x_1 吨　B x_2 吨　C x_3 吨

$$\max z = 2x_1 + 3x_2 + 4x_3$$

$$\begin{cases} 5x_1 + 6x_2 + 10x_3 \le 300 \\ x_1 + 4x_2 + 7x_3 \le 900 \\ x_1 \ge 0 \quad x_2 \ge 0 \quad x_3 \ge 0 \end{cases}$$

化为标准型

$$\max z = 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 0x_4 + 0x_5$$

$$\begin{cases} 5x_1 + 6x_2 + 10x_3 + x_4 = 300 \\ x_1 + 4x_2 + 7x_3 + x_5 = 900 \\ x_1 \ge 0 \quad x_2 \ge 0 \quad x_3 \ge 0 \quad x_4 \ge 0 \quad x_5 \ge 0 \end{cases}$$

10

★所有试题答案一律答在答题纸上，答在试卷上无效。

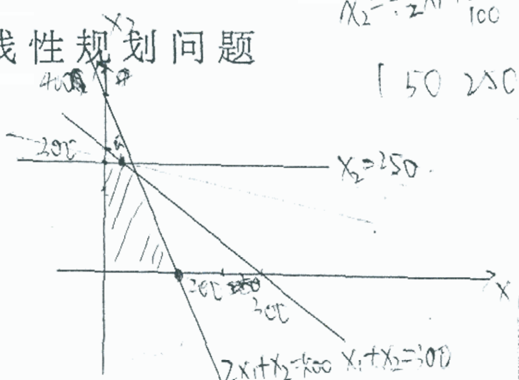
2003

三、（20分）

（1） 用图解法求解下面的线性规划问题

$$\max f = 50x_1 + 100x_2$$

$$\text{s.t}\begin{cases} x_1 + x_2 \leqslant 300 \\ 2x_1 + x_2 \leqslant 400 \\ x_2 \leqslant 250 \\ x_1, x_2 \geqslant 0 \end{cases}$$



$x_2 = -\frac{1}{2}x_1 + \frac{f}{100}$

(50 250)

（2） 结合本题（1）中的例子，简述线性规划问题的几何意义。线性规划问题的可行解构成的集合是凸集，也可能是无界域，它们有有限个顶点。线性规划的每个基可行解对应可行域的一个顶点。若线性规划问题有最优解，必在某顶点上得到。

四、（10分） 将下面的线性规划问题化为标准型。

$$\min Z = -2x_1 + 3x_2 - x_3$$

$$\text{s.t}\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 \leqslant 10 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 \geqslant 8 \\ x_1 - 3x_2 + x_3 = -1 \\ x_1, x_2 \geqslant 0,\ x_3 \text{ 无约束} \end{cases}$$

令 $x_3 = x_4 - x_5$

$\min z = -2x_1 + 3x_2 - x_4 + x_5$

$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_4 - x_5 \leqslant 10 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_4 + x_5 \geqslant 8 \\ x_1 - 3x_2 + x_4 - x_5 = -1 \end{cases}$

$x_1 \geqslant 0 \quad x_2 \geqslant 0 \quad x_4 \geqslant 0 \quad x_5 \geqslant 0$

令 $z' = -z$

$\max z' = 2x_1 - 3x_2 + x_4 - x_5$

$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_4 - x_5 + x_6 = 10 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_4 + x_5 - x_7 = 8 \\ x_1 - 3x_2 + x_4 - x_5 = -1 \end{cases}$

$x_1 \geqslant 0 \quad x_2 \geqslant 0 \quad x_4 \geqslant 0 \quad x_5 \geqslant 0 \quad x_6 \geqslant 0 \quad x_7 \geqslant 0$

五、（10分） 写出下列线性规划问题的对偶问题

$$\max f = 4x_1 + 2x_2 + 3x_3$$

$$\text{s.t}\begin{cases} 4x_1 + 5x_2 - 6x_3 = 7 \\ 8x_1 - 9x_2 + 10x_3 \geqslant 11 \\ -12x_1 + 13x_3 \leqslant 14 \\ x_1 \leqslant 0,\ x_2 \text{ 无约束}\ \ x_3 \geqslant 0 \end{cases}$$

令 $x_1' = -x_1 \quad x_2 = x_4 - x_5$

$\max f = -4x_1' + 2x_4 - 2x_5 + 3x_3$

$\begin{cases} -4x_1' + 5x_4 - 5x_5 - 6x_3 = 7 \\ -8x_1' - 9x_4 + 9x_5 + 10x_3 \geqslant 11 \\ 12x_1' + 13x_3 \leqslant 14 \end{cases}$

$x_1' \geqslant 0 \quad x_4 \geqslant 0 \quad x_5 \geqslant 0 \quad x_3 \geqslant 0$

$\max f = -4x_1' + 2x_4 - 2x_5 + 3x_3$

$\begin{cases} -4x_1' + 5x_4 - 5x_5 - 6x_3 \leqslant 7 & y_1 \\ 4x_1' - 5x_4 + 5x_5 + 6x_3 \leqslant -7 & y_2 \\ 8x_1' + 9x_4 - 9x_5 - 10x_3 \leqslant -11 & \\ 12x_1' + 13x_3 \leqslant 14 & y_4 \end{cases}$

$x_1' \geqslant 0 \quad x_4 \geqslant 0 \quad x_5 \geqslant 0 \quad x_3 \geqslant 0$

$\min w = 7y_1 - 7y_2 - 11y_3 + 14y_4$

$\begin{cases} -4y_1 + 4y_2 + 8y_3 + 12y_4 \geqslant -4 \\ 5y_1 - 5y_2 + 9y_3 \geqslant 2 \\ -5y_1 + 5y_2 - 9y_3 \geqslant -2 \\ -6y_1 + 6y_2 - 10y_3 + 13y_4 \geqslant 3 \end{cases}$

$y_1 \geqslant 0 \quad y_2 \geqslant 0 \quad y_3 \geqslant 0 \quad y_4 \geqslant 0$

$y_1 - y_2 = y_1' \quad y_3' = -y_3$

$w = 7y_1' + 11y_3' + 14y_4$

$\begin{cases} 4y_1' + 8y_3' - 12y_4 \leqslant 4 \\ 5y_1' - 9y_3' = 2 \\ -6y_1' + 10y_3' + 13y_4 \geqslant 3 \end{cases}$

y_1' 无约束 $\quad y_3 \leqslant 0 \quad y_4 \geqslant 0$

(2)

2003

六、（15 分）某公司可生产 A、B、C 三种产品，与要两种资源（劳力和原料），现有确定总利润最大的线性线性规划如下：

$$\max f = 3x_1 + x_2 + 5x_3$$

$$\text{s.t}\begin{cases} 6x_1+3x_2+5x_3 \leqslant 45 & \text{（劳力）} \\ 3x_1+4x_2+5x_3 \leqslant 30 & \text{（原料）} \\ x_1, x_2, x_3 \geqslant 0 \end{cases}$$

当用单纯形法求解得到的最优单纯形表如下

x_B	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
x_1	5	1	-1/3	0	1/3	-1/3
x_3	3	0	1	1	-1/5	2/5
-f	-30	0	-3	0	0	-1

其中，x_1，x_2. x_3 是计划生产 A、B、C 三种产品的数量，x_4，x_5 是对应于劳力、原材料约束条件所加入的松弛变量。

影子价格意义：单位资源变化所引起的目标函数值的

试根据此表分析各种资源的影子价格，并说明怎样随着资源市场的信息调节该企业的资源结构

在其他条件不变下增加劳力对目标函数 增加原料1个单位 则目标函数值增加1个单位 在完全市场经济条件下，当某种资源的市场价格低于影子价格，企业买进资源扩大生产 当某种资源的市场价格高于影子价格，卖

七、（10 分）设有三个化肥厂供应四个地区的农用化肥，假定等量的化肥在这些地区使用效果相同。各化肥厂产量、各地区需要量及从各化肥厂到各地区运送单位化肥的运价如下表。试将此产销不平衡运输问题转化为产销平衡运输问题（不用求解）。

割平面法

思想：首先不考虑变量 x_i 是整数这一条件，但增加线性约束条件，使得由原可行域中切割掉一部分，这部分只包含非整数解。用单纯形法

步骤：先不考虑整数条件求出线性规划的最优解

令 x_i 是相应线性规划最优解中为分数值的一个基变量 由单纯形表 $x_i + \sum_k a_{ik} x_k = b_i$

将 b_i 和 a_{ik} 分为整数部分与非负真分数之和 $b_i = N_i + f_i$　$a_{ik} = N_{ik} + f_{ik}$　$(0 < f_i,\ f_{ik} < 1)$

例外 $x_i + \sum x_i e x_0$ 加 i 步 $-\sum d_{ik} x_k$

令 $d_i - \sum$ 的 $x_k < 0$ 约束作为割约束 填入相应数据 加入单纯形表计算 找到新最优解 若满足整数的则得

需求地区 / 化肥厂	不满足 定 B1	上述条件 B2	自足条件 最优解 B3	B4 B5	产量（万吨）
A1	5	6	9	4 0	40
A2	9	4	8	5 0	60
A3	10	7	5	3 0	50
销量	25	20	40	45 [illegible]	

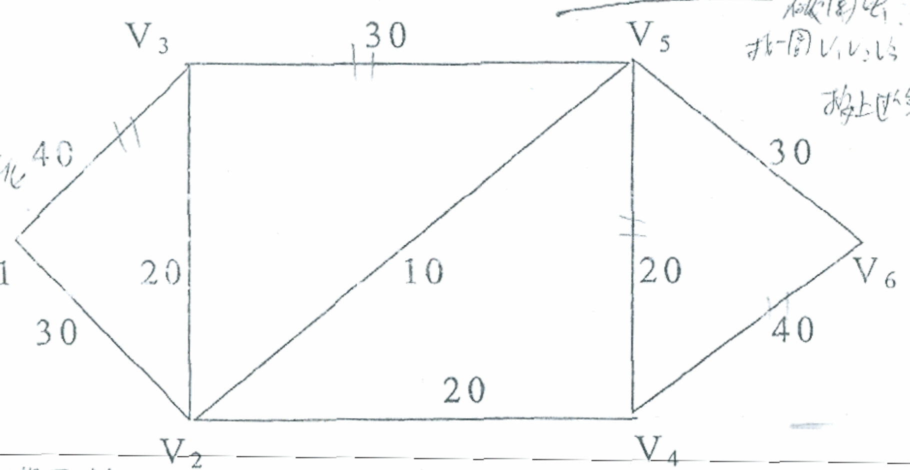
八、（15 分）试简述求解整数规划的分支定界法和割平面法的基本思想和主要步骤

分枝定界法：思想、设有最大化的整数规划问题 A 与它对应的线性规划为 B 从解 B 开始 若其最优解不符合 A 的整数条件 则 B 的最优目标函数必是 A 的最优目标函数的上界 又 A 的任意可行解的目标函数值是 z^* 的一个下界 $\underline{z}$ 分枝定界法就是将 B 的可行域分成子区域 逐渐减小 $\bar{z}$ 和增大 $\underline{z}$ 最终求出 z^*

九、（10 分）求下面赋权图的最小支撑树

破圈法
找一圈 $V_1 V_3 V_5$ 取最大边 $V_1 V_3$ 去掉
按上述方法直至无圈为止
分别得出支撑树

决策 有价资源 企业方 资源的 中标 要



步骤：将要求解的整数规划称为 A 将相应的线性规划称为 B 若 B 的最优解不符合 A 的整数条件 则用观察法找到 A 的一个可行解 $\underline{z}$ $\underline{z} \le z^* \le \bar{z}$

① 分枝 在 B 的最优解中选任一不符合整数条件的变量 x_j ~~其值为 b_j~~ 值为 b_j 以 $[b_j]$ 表示小于 b_j 的最大整数 构造两个约束条件 $x_j \le [b_j]$ $x_j \ge [b_j]+1$ 将这两个约束条件加入 B 求两个后继规划问题 B_1 B_2

定界 各分枝的最优目标函数值中若有小于 $\underline{z}$ 者 剪掉此枝 若大于 $\underline{z}$ 且不符合整数条件 则重复分枝步骤 直至 $z^* = \underline{z}$ 得最优整数解 x_j^* $j=1,\cdots,n$

2

11

2003

十、（15 分）选择一种数学模型描述下述设备更新问题（不用求解）

设备更新问题。某企业使用一台设备，在每年年初，企业领导部门就要决定是购置新的，还是继续使用旧的。若购置新设备，就要支付一定的购置费用；若继续使用旧设备，则需支付一定的维修费用。现在的问题是如何制定一个几年之内的设备更新计划，使得总的支付费用最少。我们用一个五年之内要更新某种设备的计划为例，若已知该种设备在各年年初的价格为：

第 1 年	第 2 年	第 3 年	第 4 年	第 5 年
11	11	12	12	13

还已知使用不同时间（年）的设备维修费用为：

使用年数	0--1	1--2	2--3	3--4	4--5
维修费用	5	6	8	11	18

可供选择的设备更新方案显然是很多的。例如，每年都购置一台新设备，其购置费用为 11+11+12+12+13=59，而每年支付的维修费用为 5，五年合计为 25。于是五年总的支付费用为 59+25=84。

又如决定在第一、三、五年各购置一台，这个方案的设备购置费为 11+12+13=36，维修费为 5+6+5+6+5=27。五年总的支付费用为 63。

如何制定使得总的支付费用最少的设备更新计划呢？

十一、（15分）某企业拟开发一新产品，该新产品投产前工序资料如下表：

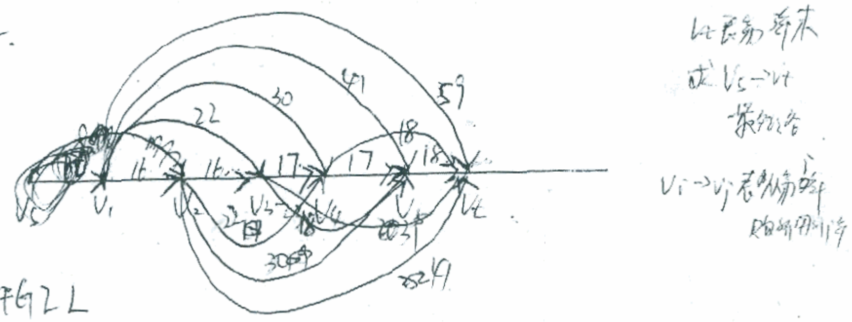
工序	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
紧前工序	/	/	A	A	D	C，E	F	B，G	B，G	H	G	I，J，K
工时（周）	4	10	3	6	8	2	3	2	8	5	2	1

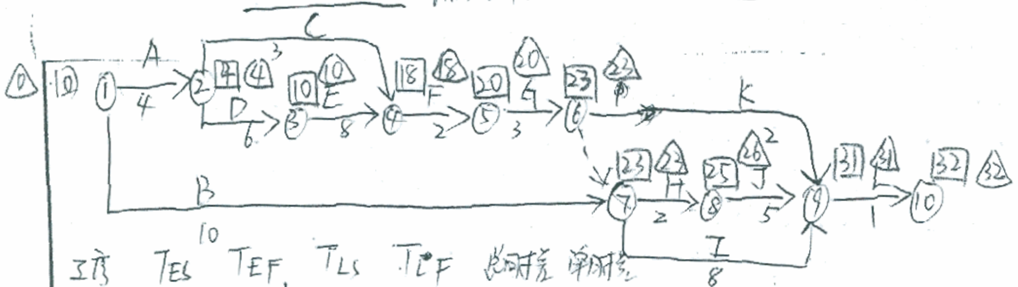
试求：

1、绘制网络图；

2、计算时间参数；

3、确定关键线路。ADEFGIL





	工序	T_{ES}	T_{EF}	T_{LS}	T_{LF}	总时差		单时差
4	A	0	4	0	4	0	*	0
10	B	0	10	13	23	13		13
3	C	4	7	15	18	11		11
6	D	4	10	4	10	0	*	0
8	E	10	18	10	18	0	*	0
2	F	18	20	18	20	0	*	0
3	G	20	23	20	23	0	*	0
2	H	23	25	24	26	1		0
8	I	23	31	23	31	0	*	0
5	J	25	30	26	31	1		1
2	K	23	25	29	31	6		6
1	L	31	32	31	32	0	*	0

工序最早开始(或结束)时间可以推迟的时间称为工序的总时差

工序最早结束时间可以推迟的时间称为该工序的单时差

2003