

辽宁大学 2007 年 攻读硕士学位研究生入学考试试题

招生专业: 应 用 数 学 考试科目: 数 学 分 析
 试题种类: A 卷 考试时间: 1 月 21 日上午
 (请将答案写在答题纸上, 写在试题纸上无效)

一. 计算下列极限 (每小题 8 分, 共 24 分)

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n})^{\frac{1}{n}}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 0} (\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x})$$

$$3. \lim_{x \rightarrow +\infty} (1 + \frac{1}{x})^{x^2} e^{-x}$$

二. 设 $|f(x)|$ 在点 a 处可导, $f(a) = 0$, 证明 $f(x)$ 在 a 处亦可导并求出 $f'(a)$. (10分)

三. 计算积分 $\int_0^{\ln 2} \sqrt{e^x - 1} dx$ (12 分)

四. 设 $f(x)$ 在 (a, b) 上无穷次可微, 并且函数列 $\{f^{(n)}(x)\}_{n=1}^{\infty}$ 在 (a, b) 上一致收敛, 求其极限函数. (12分)

五. 设 $f(u, v)$ 具有连续的二阶偏导数且满足方程 $\frac{\partial^2 f}{\partial u^2} - \frac{\partial^2 f}{\partial v^2} = 0$,

证明函数 $z = f(x^2 + y^2, 2xy)$ 也满足方程 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$. (10分).

六. 求函数 $z = x^2 y(4 - x - y)$ 在由直线 $x + y = 6$, x 轴和 y 轴所围成的三角形闭区域上的最大值和最小值. (10 分)

