辽宁大学2007年

攻读硕士学位研究生入学考试试题

招生专业： 环境科学、生态学、食品科学 **考试科目：** 数学

试题种类： A卷 **考试时间：** 1月21日上午

(请将答案写在答题纸上，写在试题纸上无效)

一. 选择题（共5小题，每小题3分，满分15分，每小题给出的四个选择项中只有一个正确答案）

1.设 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=A$,则 $f(x)$ ( )

A.在 x_0 处有定义　　B. 在 x_0 处无定义

C. 在 x_0 处有定义,且 $f(x_0)=A$　　D. 在 x_0 处有无定义不一定.

2.若 $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+2a}{x-a}\right)^x=8$,则 ( )

A.2　　B. ln2　　C. $\dfrac{1}{2}$　　D. $-\ln 2$

3.曲线 $y=e^{\frac{1}{x^2}}\arctan\dfrac{x^2+x-1}{x^2-x-2}$ 的渐近线有 ( )

A. 1条　　B. 4条　　C. 3条　　D. 2条

4.若 $f(-x)=f(x)(-\infty<x<+\infty)$，在 $(-\infty,0)$ 内 $f'(x)>0, f''(x)<0$, 则 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 内有 ( )

A. $f'(x)>0, f''(x)<0$　　B. $f'(x)>0, f''(x)>0$

C. $f'(x)<0, f''(x)<0$　　D. $f'(x)>0, f''(x)>0$

5. 已 知 二 阶 常 系 数 线 性 齐 次 微 分 方 程 的 通 解 为 $y=c_1e^{-2x}+c_2e^{3x}$ 则此微分方程为 ( )

A. $y''-y'-6y=0$　　B. $y''+y'-6y=0$

C. $y''-y'+6y=0$　　D. $y''-5y'+6y=0$

二.若 $f(x)=\begin{cases} \dfrac{\ln(1+2x)}{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}} & -\dfrac{1}{2}<x<0 \\ a & x=0 \\ x^2+2b & 0<x\le 1 \end{cases}$,问 $a=?b=?$ 时 $f(x)$ 在 $x=0$ 点连续? (8 分)

三.计算下列极限(10 分)

1. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+2x)-2x}{\sin^2 x}$.　　2. $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{2+e^{\frac{1}{x}}}{1+e^{\frac{4}{x}}}+\dfrac{\sin x}{|x|}\right)$.

四.求下列函数的导数或微分(24 分)

1. 设 $y=(\sin x)^x+\ln\sqrt{\dfrac{e^{3x}}{\arcsin x}}$,求 dy.

2. 已知 $f(x)$ 具有二阶导数,设 $y=f\left(\sqrt{1+x^2}\right)-\sqrt{1+f(x)}$,求 y',y''.

3. 设 $\begin{cases} x=\arctan t \\ 2y-ty^2+e^t=5 \end{cases}$,求 $\dfrac{dy}{dx}\Big|_{t=0}$.

4. 求 $\dfrac{d}{dx}\int_{x^2}^{\sin x}(t+e^t)dt$.

五.计算下列积分:(15 分)

1. $\int\dfrac{\ln x}{x\sqrt{\ln x-1}}dx$.　　2. $\int_{-2}^{2}\left(x+\sqrt{4-x^2}\right)^2dx$　　3. $\int_0^{+\infty}\dfrac{dx}{x^2+4x+8}$

六.设 $f(x)=\begin{cases} 2x+\dfrac{3}{2}x^2 & -1\le x<0 \\ x+\sin x & 0\le x\le 1 \end{cases}$,求 $F(x)=\int_1^x f(t)dt$.(8 分)

七.在半径为 R 的圆内,求出面积最大的内接等腰三角形.(10 分)

八.求下列二元函数的偏导数或全微分(12 分)

1. 设 $f(u)$ 可微,且 $f'(0)=\frac{1}{2}$,求 $z=f\left(4x^2-y^2\right)$ 在点(1,2)处的全微分.

2. 设 $w=u^2\ln v, u=x^2+y^2, v=xy$,求 $\frac{\partial w}{\partial x},\frac{\partial w}{\partial y}$.

九.在 xoy 面上,连续曲线 L 过点 M(1,0),其上任一点 P(x,y)$(x\neq 0)$处的切线的斜率与直线 OP 的斜率之差等于 ax (a>0).求

(1) L 的方程.

(2) 当 L 与直线 y=ax 围成的图形的面积为 $\frac{8}{3}$ 时,确定 a 的值.(10 分)

十.计算二重积分 $\iint\limits_D \left|x^2+y^2-1\right| d\sigma$,其中 $D=\left\{(x,y)\middle|0\le x\le 1, 0\le y\le 1\right\}$.(12 分)

十一.若 $f''(x)$ 在 $[0,\pi]$ 上连续, $f(0)=2, f(\pi)=1$,证明:

$$\int_0^{\pi}\left[f(x)+f''(x)\right]\sin x dx=3. \qquad (10 \text{ 分})$$

十二.若 $f'(\sin x)=\cos 2x+\tan^2 x$,当 0<x<1 时,求 $f(x)$. (8 分)

十三.(8 分)

(1)试述拉格朗日中值定理的条件与结论.

(2)当 $x>1$ 时,试证 $3-\frac{1}{x}<2\sqrt{x}$.