试题编号：521

大 连 理 工 大 学

一九九 九 年硕士生入学考试 弹性力学 试题

一、(25 分) 简要回答下列问题：

1. 弹性力学有几个基本假定，各有何作用？
2. 平面应力问题和平面应变问题在结构形状与所受外力方面各有何特点？
3. 逆解法与半逆解法有何区别？
4. 等截面直杆扭转问题的应力函数应当满足的方程和边界条件（单连域）是什么？
5. 楔形体在楔顶受集中力作用（如图 1 所示），按极坐标写出楔形体侧面的边界条件和楔形体顶端应满足的条件。

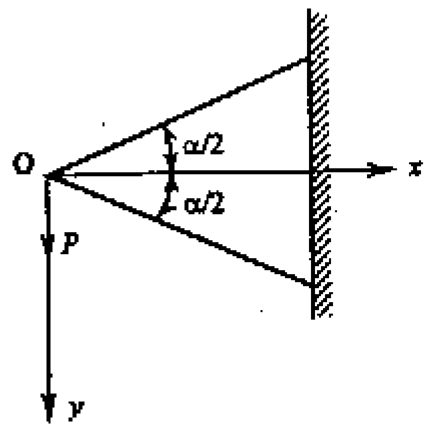

图 1

二、（15 分）考察下列复变函数在平面问题矩形域上各能解决受什么荷载的问题：

（a）$\varphi_1(z)=\frac{q}{4}z$，　$\psi_1(z)=\frac{q}{2}z$

（b）$\varphi_2(z)=0$，　$\psi_2(z)=iqz$

应力分量的复变函数表示为：

$$\sigma_y+\sigma_x=4\,\mathrm{Re}\,\varphi_1'(z)$$

$$\sigma_y-\sigma_x+2i\tau_{xy}=2\left[\bar{z}\varphi_1''(z)+\psi_1'(z)\right]$$

三、（20 分）如图 2 所示，圆轴的半径为 a_1，厚壁圆筒的内半径为 a_2 和外半径为 a_3，其中 $a_2-a_1=\delta>0$。现将圆轴放入圆筒（两圆心重合），在圆筒外边界作用有均布压力 q，试求出使圆轴内产生应力时，圆筒外边界的临界压力值 q_c。

厚壁筒公式为：

$$\sigma_r=\frac{A}{r^2}+2C,\quad \sigma_\theta=-\frac{A}{r^2}+2C$$

$$u_r=-\frac{1+\mu}{E}\frac{A}{r}+\frac{2(1+\mu)(1-2\mu)C}{E}r$$

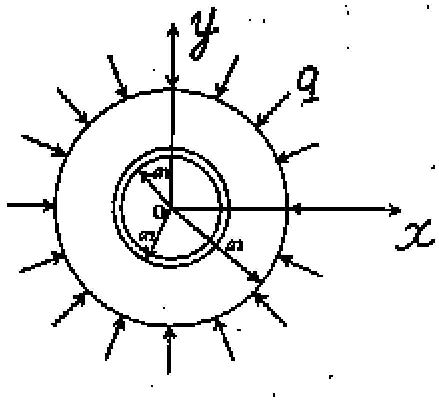

图 2

二、(15 分)考察下列复变函数在平面问题矩形域上各能解决受什么荷载的问题:

(a) $\varphi_1(z)=\frac{q}{4}z$, $\psi_1(z)=\frac{q}{2}z$

(b) $\varphi_1(z)=0$, $\psi_1(z)=iqz$

应力分量的复变函数表示为:

$$\sigma_y+\sigma_x=4\,\mathrm{Re}\,\varphi_1'(z)$$

$$\sigma_y-\sigma_x+2i\tau_{xy}=2\left[\bar{z}\varphi_1''(z)+\psi_1'(z)\right]$$

三、(20 分)如图 2 所示，圆轴的半径为 a_1，厚壁圆筒的内半径为 a_2 和外半径为 a_3，其中 $a_2-a_1=\delta>0$。现将圆轴放入圆筒(两圆心重合)，在圆筒外边界作用有均布压力 q，试求出使圆轴内产生应力时，圆筒外边界的临界压力值 q_c。

厚壁筒公式为:

$$\sigma_r=\frac{A}{r^2}+2C,\quad \sigma_\theta=-\frac{A}{r^2}+2C$$

$$u_r=-\frac{1+\mu}{E}\frac{A}{r}+\frac{2(1+\mu)(1-2\mu)C}{E}r$$

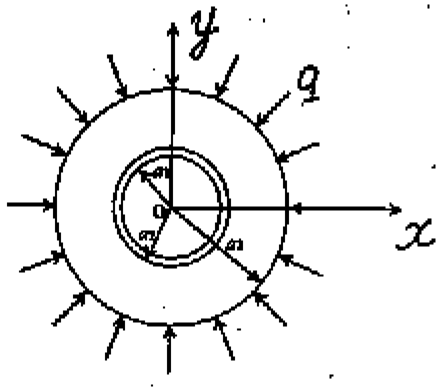

图 2

四、(20 分) 图 3 所示三角坝，受线性分布的剪应力作用，不考虑体积力，试用应力函数法按直角坐标求解，给出应力解答。

提示：应力分量应与坐标y成正比。

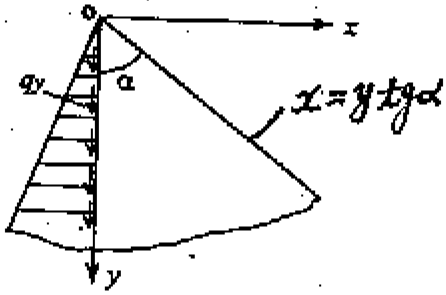

图 3

五、(20 分) 曲梁在两端受相反的两个力P作用 (如图 4 所示)，试求应力分量。

提示：应力函数 $\varphi=(C_1r^3+C_2\frac{1}{r}+C_3r\ln r)\sin\theta$

弹性平面问题极坐标下的应力公式为：

$$\sigma_r=\frac{1}{r}\frac{\partial\varphi}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial\theta^2}$$

$$\sigma_\theta=\frac{\partial^2\varphi}{\partial r^2}$$

$$\tau_{r\theta}=\tau_{\theta r}=\frac{1}{r^2}\frac{\partial\varphi}{\partial\theta}-\frac{1}{r}\frac{\partial^2\varphi}{\partial r\partial\theta}$$

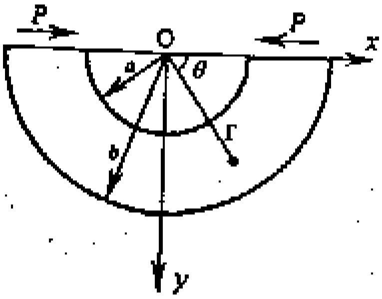

图 4