

2000 年大连理工大学量子力学考研试题

考研加油站收集整理 <http://www.kaoyan.com>

一. 填空题 (30分)

1. 根据 de Broglie 物质波理论, 与一定能量 E 和动量 p 的物质粒子相联系的物质波的频率和波长分别为 () 和 ().
2. 已知质量为 m 的粒子的波函数 $\psi(x) = e^{-ikx}$, 则其几率流密度为 ().
3. 已知 $[A, B] = i\hbar$, 由测不准原理可得 $(\Delta A \cdot \Delta B^2 \geq \quad)$.
4. 已知算符 $P_r = -i\hbar(\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r})$, 则 $(P_r^2 = \quad)$.
5. 三维各向同性谐振子的能级公式为: ().
6. 在 Heisenberg 表象中, 力学量 $A(t)$ 随时间演化的 Heisenberg 方程为: ().
7. Pauli 矩阵在 $\sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ 的表象中, σ_x 和 σ_y 的矩阵形式分别为 () 和 ().
8. 根据光学定理, 向前散射振幅 $f(0)$ 与总散射截面的关系为 ().

二、(10分)

设势能 $V(x)$ 具有空间反射不变性 $V(-x) = V(x)$, 而且对应于某能量 E , 定态方程 $H\psi(x) = E\psi(x)$ 的解无简并。试证明解 $\psi(x)$ 必有确定的宇称。

三、(10分)

当粒子的运动限制在有限空间范围内时, 标积 $\mathbf{r} \cdot \mathbf{p}$ 的平均值与时间无关, 即 $\frac{d}{dt} \langle \mathbf{r} \cdot \mathbf{p} \rangle = 0$ 。

利用这一条件, 证明量子维里定理:

$$2\langle T \rangle = \langle \mathbf{r} \cdot \nabla V(\mathbf{r}) \rangle$$

式中 $V(\mathbf{r})$ 是粒子的势能, 而 T 是粒子的动能算符。

四、(10分)

证明质量为 m 的粒子在中心势场 $V(r)$ 中运动, 其角动量 $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$ 是守恒量。

五、(10分)

利用必要的数学公式简述正常塞曼效应。

六、(10分)

一维谐振子, 对基态波函数采取下列形式的函数

$$\psi(x) = A \exp(-Bx^2), \quad B > 0$$

作为试用函数。试利用变分法求基态能量以及与之相对应的 B 值。

七、(20分)

自旋 $S = \frac{1}{2}$ 的粒子在沿 x 轴方向的外磁场中运动, 其哈密顿量为 $\hat{H} = \omega \hat{S}_x$ 。在 $t=0$ 时, 粒子处于 \hat{S}_z 的本征态:

$$|\psi\rangle_{t=0} = |\uparrow\rangle$$

其中, $|\uparrow\rangle$ 和 $|\downarrow\rangle$ 分别表示自旋平行和反平行于 z 轴的本征态, 求:

1. $|\psi(t)\rangle$ 。

2. 在态 $|\psi(t)\rangle$ 下 \hat{S}_x 、 \hat{S}_y 、 \hat{S}_z 的平均值。